

Diplomarbeit
zur
Erlangung des akademischen Grades
Diplom-Ingenieur

**Reglerentwurf für eine „Fliegende Säge“,
die über ein Pleuelgestänge bewegt wird**

angefertigt von
cand.-ing. Matthias Lenord

bei
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Paul Frank

Fachgebiet
Meß- und Regelungstechnik

an der
Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg

Duisburg, Februar 1995

Vorwort

Diese Diplomarbeit wurde im Auftrag der Firma LENORD + BAUER erstellt. LENORD + BAUER entwickelt und fertigt digitale Meß- und Regelsysteme für Anwendungen in der papier-, holz-, textil-, stein- und metallverarbeitenden Industrie. Dazu gehören im Bereich der Meßsysteme Längenmaßstäbe und Drehgeber und im Bereich der Regelungssysteme Regler für mehrachsige Positionierung und Gleichlauf mit Nockenschaltwerks- und SPS-Funktionen. Die Regler, die die Bezeichnung „Controller“ tragen, werden in kompakter Bauform modular gefertigt. So ist eine flexible Anpassung an verschiedene Regelstrecken möglich.

Das Thema entstammt einer Anwendung aus der Praxis und knüpft an bereits existierende Produkte an. Die Fliegende Säge für spindelgetriebene Strecken ist schon seit mehreren Jahren erfolgreich im Produktprogramm. Auf Grund von konkreten Kundenanfragen soll dieser Regler auf pleuelgetriebene Strecken erweitert werden. In dieser Diplomarbeit soll ein Reglerkonzept theoretisch erarbeitet werden.

Von Seiten der Firma LENORD + BAUER wurde diese Arbeit von dem Technischen Leiter Herrn Dipl.-Ing. Gustav Sommer und dem Abteilungsleiter der Softwareentwicklung Herrn Dipl.-Ing. Tomas Fernandez unterstützt. Aus dem Fachgebiet Meß- und Regelungstechnik der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg begleiteten die wissenschaftlichen Mitarbeiter Frau Dipl.-Ing. Birgit Köppen-Seliger und Herr Dipl.-Ing. Niels Kiupel die Durchführung dieser Diplomarbeit.

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich für die Unterstützung bedanken.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1-1
1.1 Die „Fliegende Säge“	1-1
1.2 Bewegung über ein Pleuelgestänge	1-2
2 Beschreibung des Problems	2-4
2.1 Beschreibung der Regelstrecke	2-4
2.1.1 Die Parameter des Pleuelgestänges	2-4
2.1.2 Parameter des Sägevorgangs	2-5
2.1.3 Definition der Optimierungsparameter	2-6
2.1.4 Der elektrische Antrieb	2-6
2.2 Beschreibung des bereits implementierten Regelkonzepts	2-7
3 Modellbildung der Regelstrecke	3-8
3.1 Transformationsgleichungen des Pleuelgestänges	3-8
3.1.1 Transformation von $\Phi(t)$ nach $x(t)$	3-8
3.1.2 Charakteristische Werte von $x(t)$ und $\Phi(t)$	3-9
3.1.3 Die Geschwindigkeit $v(t)$ des Schlittens	3-11
3.1.4 Die Beschleunigung $a(t)$ des Schlittens	3-12
3.1.5 Die Winkelgeschwindigkeit $\omega(t)$ der Kurbel	3-12
3.1.6 Transformation von $x(t)$ nach $\Phi(t)$	3-12
3.1.7 Grafische Darstellung der Funktionen	3-14
3.1.8 Das Trägheitsmoment des Kurbelgetriebes	3-16
3.1.9 Dynamik des Kurbelgetriebes	3-17
3.1.10 Einsetzen der numerischen Parameter	3-20
3.2 Beschreibung des Motors	3-22
3.2.1 Die Drehzahlregelung	3-22
3.2.2 Anforderungen an den Motor	3-24
3.2.3 Das Modell des mechanischen Systems	3-28
3.2.4 Dimensionierung des Motors	3-29
3.2.5 Die Parameter des VZ1-GLiedes	3-31
3.3 Das Modell des Regelungssystems	3-33
4 Der Reglerentwurf	4-34
4.1 Die Meßwerterfassung des Leittriebs	4-34
4.2 Die Meßwertaufbereitung des Folgeantriebs	4-36
4.3 Die Realisierung im Programm Simulink	4-38
4.3.1 Modellierung des Werkstücks	4-38
4.3.2 Modellierung der Regelstrecke	4-39
4.4 Anforderungen an den Regler	4-40
4.5 Der Entwurf eines PID-Reglers	4-41
4.5.1 Vorüberlegungen	4-42
4.5.2 Modellierung des Reglers	4-43

4.6 Der Entwurf eines Fuzzy-Reglers	4-47
4.6.1 Die Regeln für den Fuzzy-Regler	4-47
4.6.2 Die Fuzzy-Sets	4-48
4.6.3 Die Realisierung unter Simulink	4-49
4.6.4 Ergebnisse der Regelung	4-50
4.7 Der Entwurf eines PID-Reglers mit Drehzahlvorsteuerung	4-54
4.7.1 Die Realisierung unter Simulink	4-54
4.7.2 Ergebnisse der Regelung	4-55
4.8 Fuzzy-Regler mit Drehzahlvorsteuerung	4-59
4.8.1 Die Regeln des Fuzzy-Reglers	4-59
4.8.2 Die Fuzzy-Sets	4-60
4.8.3 Die Realisierung unter Simulink	4-62
4.8.4 Ergebnisse der Regelung	4-62
4.9 PID-Regler mit Drehzahlvorsteuerung und Sollwertgenerator	4-66
4.9.1 Realisierung unter Simulink	4-66
4.9.2 Ergebnisse der Simulation	4-67
4.10 Zusammenfassung	4-71
5 Implementierungsvorschlag	5-74
6 Verwendete Formelzeichen	6-78
7 Literaturverzeichnis	7-81

1 Einleitung

Die Aufgabenstellung dieser Diplomarbeit ist der Reglerentwurf für eine „Fliegende Säge“. Die Säge soll in diesem Fall über ein Pleuelgestänge bewegt werden. Das Problem wird in folgenden Schritten gelöst:

1. Zum Antrieb des Kurbelgetriebes wird ein Motor inklusive Verstärker dimensioniert und ausgewählt. Anhand des Pleuelgetriebes und des Motors wird dann ein mathematisches Modell für die Strecke erarbeitet.
1. Mit Hilfe dieses Modells und mit Unterstützung des Simulationsprogramms SIMULINK [11] wird ein optimaler Regler entworfen.

1.1 Die „Fliegende Säge“

Hinter dem Begriff „Fliegende Säge“ verbirgt sich eine Säge, die ein Werkstück in der Bewegung auf bestimmte Längen schneidet. Dazu muß die Säge auf die Geschwindigkeit des Werkstücks beschleunigt werden und diese so lange halten, daß ein Sägevorgang bei der Relativgeschwindigkeit Null erfolgen kann. Dabei muß die Säge so positioniert werden, daß der Schnitt an einer wählbaren Sollposition stattfinden kann.

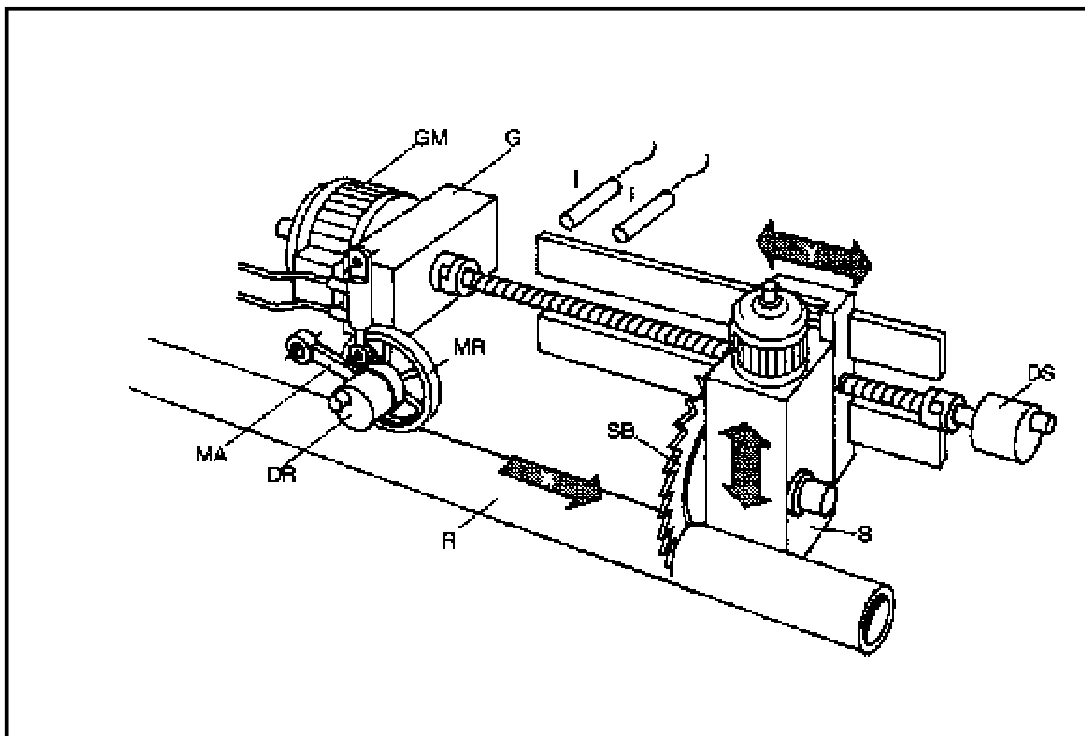


Abbildung 1-1: Anwendung einer Fliegenden Säge [13]

Abbildung 1-1 zeigt eine typische Anwendung aus der Metallverarbeitung. Aus einer Fertigungsstraße wird ein Rohr mit einer konstanten Geschwindigkeit herausgeführt. Es soll in der Bewegung auf vorwählbare Längen „fliegend“ geschnitten werden.

Für den Schneidevorgang ist der Sägeschlitten auf die Geschwindigkeit des Rohres zu beschleunigen. Um die Beschleunigungsphase möglichst kurz zu halten, muß der Startzeitpunkt geschwindigkeitsabhängig vorverlagert werden. Der Sägeschnitt wird eingeleitet, wenn Istlänge = Solllänge länger als eine vorwählbare Zeit z.B. 0,1 s besteht. Nach dem Ausführen des Sägeschnitts wird der Sägeschlitten wieder geregelt in die Startposition zurückgefahren.

Die Position des Sägeschlittens wird mit einem Drehgeber an der Antriebsspindel gemessen. Die Geschwindigkeit und Position des Rohrs wird mit einem auf dem Rohr laufenden Meßrad erfaßt.

1.2 Bewegung über ein Pleuelgestänge

Wird der Sägeschlitten über ein Spindelgetriebe bewegt, muß an den Umkehrpunkten zwischen Vorwärts- und Rückwärtsbewegung eine Bremsbeschleunigung auf die Geschwindigkeit Null und eine erneute Beschleunigung in Gegenrichtung erfolgen.

Dieser Vorgang kostet Energie und Zeit und beansprucht den Motor unnötig. Nach einem neuen Konzept soll die Säge deshalb über ein Pleuelgestänge bewegt werden. Hier entfällt die Bremsung und Beschleunigung in Gegenrichtung. Die Rückführung des Sägeschlittens ist Bestandteil des mechanischen Systems.

Anwendung findet dieses Konzept daher bei sehr schnellen Positioniervorgängen. Es sind durchaus Positionierzeiten im Bereich von 300 ms möglich.

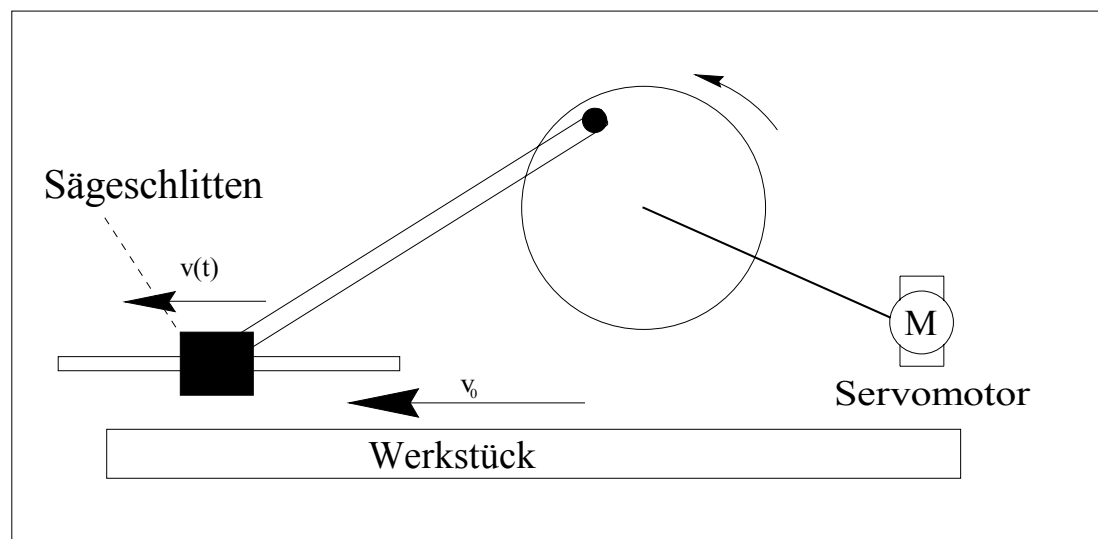


Abbildung 1-2: Fliegende Säge mit Pleuelgestänge

Nachteil dieses Konzepts ist, daß die Regelung des Systems die Koordinatentransformation von den Rotationskoordinaten der Kurbel in die Transversalkoordinaten des Schlittens berücksichtigen muß. Das System ist nichtlinear. So muß der Motor z.B. bei Gleichlauf von Sägeschlitten und Werkstück immer noch eine Beschleunigung auf die Kurbel ausüben.

In dieser Diplomarbeit wird ein Pleuelgestänge zugrunde gelegt, das bei einer spanischen Firma eingesetzt wird und Metallstücke für Kühlkörper schneidet. Die Aufgabe wird zur Zeit durch ein rein mechanisches System realisiert und soll durch ein flexibleres mikroprozessorgesteuertes Konzept abgelöst werden.

2 Beschreibung des Problems

2.1 Beschreibung der Regelstrecke

Die Regelstrecke setzt sich aus einem mechanischen und einem elektrischen Teil zusammen.

2.1.1 Die Parameter des Pleuelgestänges

Der mechanische Teil wird durch das Pleuelgestänge bestimmt.

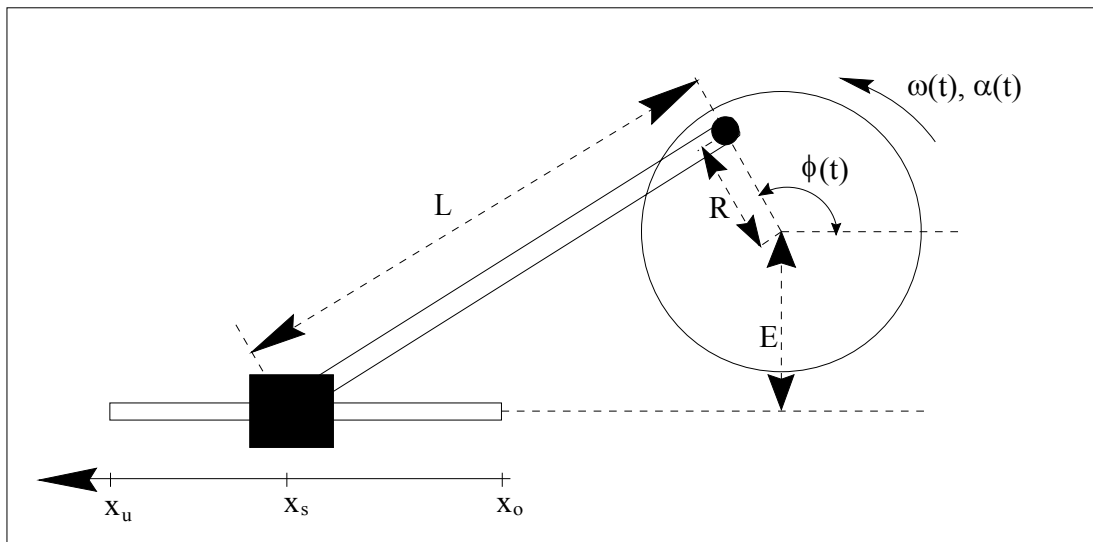


Abbildung 2-1: Die mechanischen Größen des Pleuelgestänges

Das Pleuelgestänge wird durch folgende Größen beschrieben:

- Länge der Pleuelstange L
- Exzentrizität der Pleuelachse E
- Radius der Pleuelachse R
- Winkelposition der Pleuelachse $\phi(t)$
- Winkelgeschwindigkeit der Pleuelachse $\omega(t)$
- Winkelbeschleunigung der Pleuelachse $\alpha(t)$
- Position des Sägeschlittens $x(t)$
- Geschwindigkeit des Sägeschlittens $v(t)$
- Beschleunigung des Sägeschlittens $a(t)$
- Umkehrpunkte des Sägeschlittens x_u und x_o
- Schnittposition x_s

Für die Dimensionierung des Motors und damit auch für den Regler müssen noch folgende Daten bekannt sein:

Trägheitsmoment der Pleuelachse:	J_P'
Masse des Sägeschlittens:	m_S'
Masse der Pleuelstange:	m_{PS}

Im speziellen soll eine Regelstrecke mit folgenden Parametern behandelt werden:

L	= 600 mm
E	= nicht vorgegeben
R	= 120 mm
J_p'	≈ 0,013 kg m²
J_p	≈ 0,02 kg m²
m_s'	= 10,5 kg
m_{ps}	< 1 kg
m_s	≈ 11 kg

Die Masse der Pleuelstange **m_{ps}** wird insofern berücksichtigt, daß mit einer größeren Masse des Sägeschlittens $m_s \approx m'_s + \frac{m_{ps}}{2}$ und mit einem größeren Trägheitsmoment der

Kurbel $J_p \approx J'_p + \frac{m_{ps}}{2} \cdot R^2$ gerechnet wird.

Es wird davon ausgegangen, daß der Schlitten und die Kurbel optimal gelagert werden. Reibungskräfte brauchen daher **nicht** berücksichtigt zu werden.

2.1.2 Parameter des Sägevorgangs

Während einer Umdrehung der Kurbel wird der Sägeschlitten vor- und zurückbewegt. Zum Erreichen des Gleichlaufs und für den Sägevorgang steht deshalb nur eine begrenzte Zeit zur Verfügung.

Der Bewegungsgeschwindigkeit des Werkstücks sind aus diesem Grund Grenzen gesetzt. Ebenso muß der Sägevorgang in einer möglichst kurzen Zeit abgeschlossen sein.

Die Geschwindigkeit des Werkstücks beträgt in diesem speziellen Fall:

$$v_0 = 1,5 \text{ m/s}$$

Das Material soll auf Stücke der Länge $360 \text{ mm} \leq l \leq 500 \text{ mm}$ geschnitten werden. Für die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Kurbel folgt damit

$$\bar{\omega} = 2 \cdot \pi \frac{v_0}{l} \quad (1)$$

$$18,85 \text{ Hz} < \bar{\omega} < 26,18 \text{ Hz}$$

Für die Bedingung zum Start des Sägevorgangs existieren zwei Varianten:

1. Der Sägevorgang wird durch ein Signal eingeleitet, wenn die Sollposition erreicht ist und Gleichlauf herrscht. Es gilt dann:
Istposition = Sollposition ± Toleranz für eine feste Zeit **t_{i=s}**
1. Der Sägevorgang wird mechanisch eingeleitet, wenn der Schlitten an die Schnittposition **x_s** gelangt. An dieser Schnittposition muß also spätestens die Sollposition und Gleichlauf erreicht worden sein.

In dieser Arbeit soll die zweite Variante betrachtet werden. Dabei liegt die Schnittposition in der Mitte zwischen den Punkten x_0 und x_u .

$$x_s = \frac{x_u + x_0}{2} \quad (2)$$

Der Winkel, den die Kurbel einnimmt, wenn der Schlitten die Schnittposition erreicht hat, soll mit Schnittwinkel Φ_s bezeichnet werden. In einem Winkelbereich von 45° um Φ_s soll Gleichlauf herrschen, d.h. $22,5^\circ$ vor und nach dem Schnittwinkel soll der Sägeschlitten die gleiche Geschwindigkeit wie das Werkstück haben. Die Zeit des Gleichlaufs soll Schnittzeit t_s genannt werden.

2.1.3 Definition der Optimierungsparameter

Es soll ein **optimaler** Regler entworfen werden. Deshalb muß zunächst definiert werden, bezüglich welcher Parameter optimiert werden soll. Hier sind im wesentlichen zwei Parameter von Bedeutung: die Regelzykluszeit und die Regelgenauigkeit.

Regelzykluszeit

Die Regelabtastzeit sollte möglichst klein sein. Sie liegt bei bereits realisierten Positioniercontrollern typischerweise bei einer Millisekunde pro zugeschalteter Achse.

Die Eingangsfrequenz der Zählimpulse der inkrementalen Geber darf bis zu 100 kHz betragen. Für eine gute Regeldynamik ist deshalb eine kurze Regelabtastzeit Voraussetzung.

Regelgenauigkeit

Der Sägevorgang kann nur erfolgen, wenn Istlänge=Solllänge \pm Toleranz gilt. Die Regelabweichung muß deshalb so klein sein, daß ein qualitativ guter Sägeschnitt erfolgen kann.

Die Säge, die in dieser Arbeit zugrunde gelegt wird, schneidet Material in Stücke der Länge 360 mm bis 500 mm. Bei einer mittleren Toleranzklasse ist dafür nach DIN 7168-m [2] höchstens eine Toleranz von **0,8 mm** zulässig.

2.1.4 Der elektrische Antrieb

Für den Motor werden keine Vorgaben gemacht. In dieser Arbeit wird ein Motortyp ausgesucht, der für die Eigenschaften der mechanischen Regelstrecke geeignet ist.

Die Dimensionierung und Auswahl des Motors wird im Kapitel „Beschreibung des Motors“ auf Seite 3-22 beschrieben.

2.2 Beschreibung des bereits implementierten Regelkonzepts

Abbildung 2-2 stellt das bereits implementierte Regelkonzept für spindelgetriebene Sägeschlitten dar. Es handelt sich um einen P-Regler mit einer Drehzahlvorsteuerung.

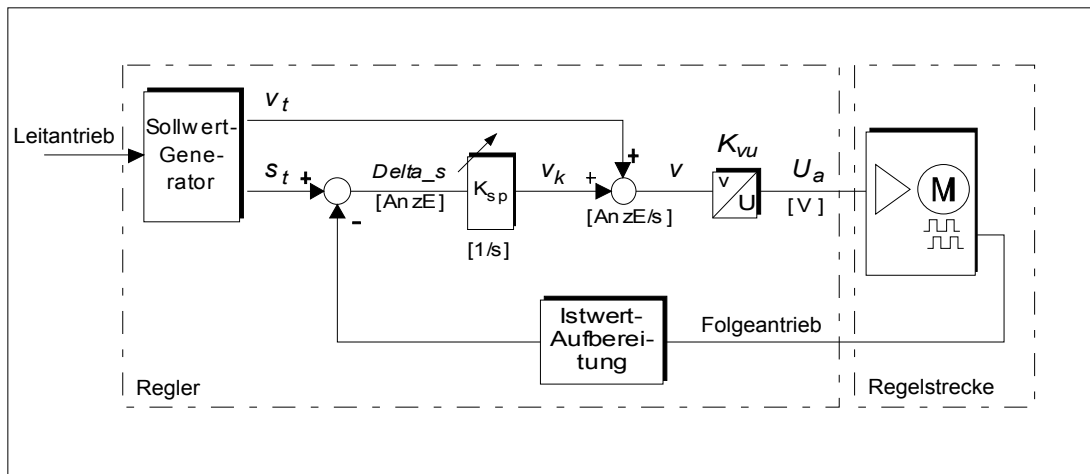


Abbildung 2-2: Regelkonzept für spindelgetriebene Sägeschlitten [14]

Der Regler hat zwei Eingänge: die Position des Leitantriebs (Werkstück) und die Position des Folgeantriebs (Sägeschlitten).

Aus der Position des Leitantriebs (Führungsgröße) generiert der Sollwertgenerator die Position s_t und die Geschwindigkeit v_t . Die Geschwindigkeit v_t wird dem Antrieb direkt vorgegeben (Prinzip der Drehzahlvorsteuerung).

Aus der Differenz der Führungsposition s_t und der aktuellen Position des Sägeschlittens wird die Regelabweichung **Delta_s** berechnet und einem P-Glied zugeführt. Aus der Summe der Ausgangsgröße des P-Gliedes v_k und der Führungsgröße v_t folgt die Geschwindigkeit v , die dann in eine Ausgangsspannung U_a umgerechnet wird.

Die Stellgröße U_a wird auf die Regelstrecke geschaltet. Über einen Drehgeber wird die Istposition des Sägeschlittens erfaßt und auf den Regler zurückgekoppelt.

3 Modellbildung der Regelstrecke

3.1 Transformationsgleichungen des Pleuelgestänges

3.1.1 Transformation von $\Phi(t)$ nach $x(t)$

Es soll die Gleichung ermittelt werden, die den Zusammenhang zwischen dem Winkel $\Phi(t)$ und der Position $x(t)$ beschreibt.

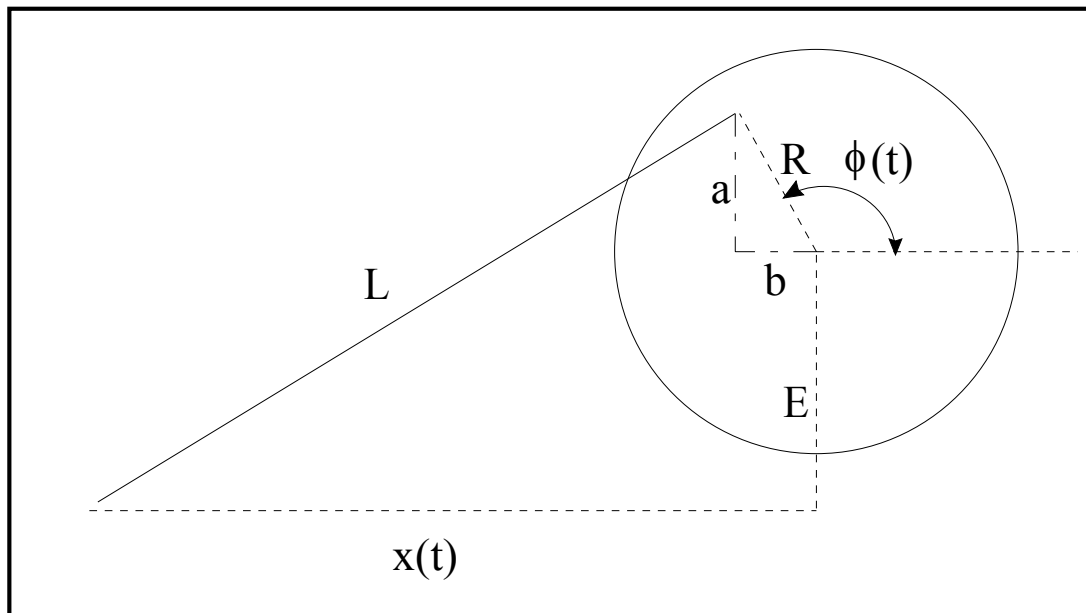


Abbildung 3-1: Beschreibung der Geometrie

Abbildung 3-1 zeigt, durch welche geometrischen Größen das Pleuelgestänge bestimmt ist.

Nach Pythagoras gilt:

$$L^2 = (E + a)^2 + (x(t) - b)^2 \quad (3)$$

Für die Größen **a** und **b** gilt:

$$a = R \cdot \sin(180^\circ - \Phi(t)) = R \cdot \sin(\Phi(t)) \quad (4)$$

$$b = R \cdot \cos(180^\circ - \Phi(t)) = -R \cdot \cos(\Phi(t)) \quad (5)$$

(4) und (5) in (3) einsetzen:

$$(x(t) + R \cdot \cos(\Phi(t)))^2 = L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2 \quad (6)$$

Mit den Randbedingungen $x(t) > R$ und $L > E + R$ folgt die Gleichung:

$$x(t) = \sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2} - R \cdot \cos(\Phi(t)) \quad (7)$$

Diese Gleichung soll mit der Näherungsformel [10]

$$\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{1}{2}x \quad \text{für } |x| \leq 1 \quad (8)$$

vereinfacht werden. Für die Wurzel folgt dann:

$$\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2} = L \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{E^2}{L^2} + \frac{2 \cdot E \cdot R}{L^2} \sin(\Phi(t)) + \frac{R^2}{L^2} \sin^2(\Phi(t)) \right) \right] \quad (9)$$

In Gleichung (7) einsetzen:

$$x(t) = L - \frac{E^2}{2 \cdot L} - \frac{E \cdot R}{L} \sin(\Phi(t)) - \frac{R^2}{2 \cdot L} \sin^2(\Phi(t)) - R \cos(\Phi(t)) \quad (10)$$

3.1.2 Charakteristische Werte von $x(t)$ und $\Phi(t)$

Der minimale Wert für $x(t) = x_0$ ergibt sich, wenn die Pleuelstange über dem Kreismittelpunkt verläuft. Dies ist der Umkehrpunkt von der Rückwärts- in die Vorwärtsfahrt:

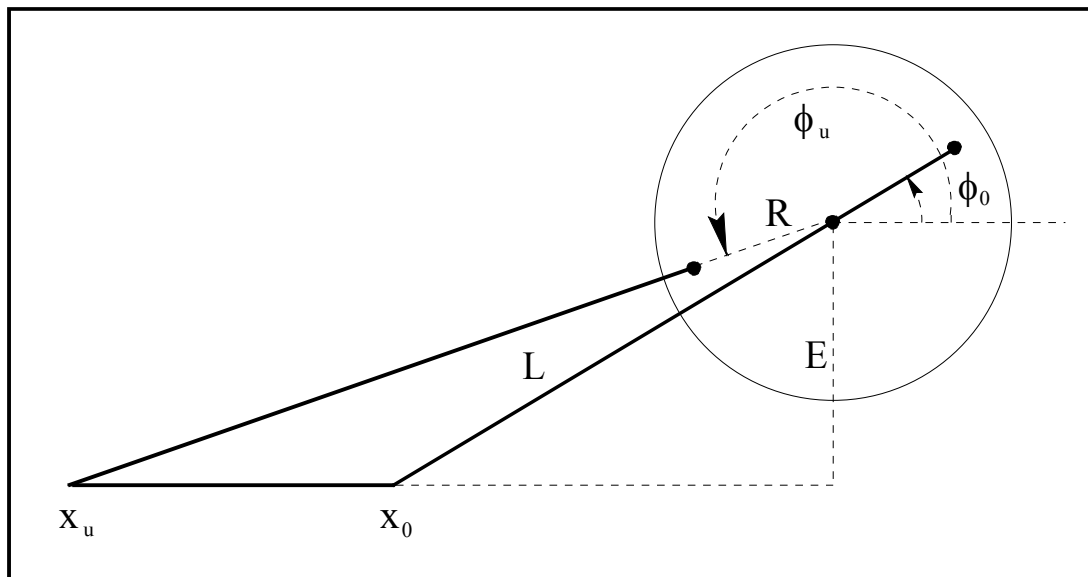
$$x_0 = \sqrt{(L - R)^2 - E^2} \quad (11)$$

Mit der Näherungsformel (8):

$$x_0 = L - R + \frac{R^2 - E^2}{2 \cdot L} \quad (12)$$

Der korrespondierende Winkel lautet:

$$\Phi_0 = \arcsin\left(\frac{E}{L - R}\right) \quad (13)$$


 Abbildung 3-2: Bestimmung von x_0 und x_u

Der maximale Wert für $x(t) = x_u$ ergibt sich, wenn die Verlängerung der Pleuelstange über dem Kreismittelpunkt verläuft. Dies ist der Umkehrpunkt von der Vorwärts- in die Rückwärtsfahrt:

$$x_u = \sqrt{(L + R)^2 - E^2} \quad (14)$$

Mit der Näherungsformel (8):

$$x_u = L + R + \frac{R^2 - E^2}{2 \cdot L} \quad (15)$$

Der korrespondierende Winkel lautet:

$$\Phi_u = \arcsin\left(\frac{E}{L + R}\right) + 180^\circ \quad (16)$$

Für den Fall $E > 0$ gilt die Relation:

$$\Phi_u < \Phi_0 + 180^\circ \quad (17)$$

Wird der Schlitten also von der Position x_0 in die Position x_u verfahren, so ist der gedrehte Winkel bei einer Linksdrehung kleiner als bei einer Rechtsdrehung. Für die gleiche Arbeit steht ein kürzerer Kraftweg zur Verfügung. Bei der Linksdrehung treten demnach größere Drehmomente auf als bei der Rechtsdrehung. Wird von x_u nach x_0 verfahren sind die Verhältnisse umgekehrt.

3.1.3 Die Geschwindigkeit $v(t)$ des Schlittens

Die Geschwindigkeit $v(t)$ erhält man durch Ableiten des Weges $x(t)$:

$$v(t) = \dot{x}(t) = \frac{d}{dt} \left(\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2} - R \cdot \cos(\Phi(t)) \right)$$

$$v(t) = \left[\sin(\Phi(t)) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t))) \cdot \cos(\Phi(t))}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}} \right] \cdot R \cdot \dot{\Phi}(t) \quad (18)$$

Die Ableitung der Näherungsformel (10) ergibt:

$$v(t) = \left[\sin(\Phi(t)) - \frac{E}{L} \cos(\Phi(t)) - \frac{R}{2 \cdot L} \sin(2 \Phi(t)) \right] \cdot R \cdot \dot{\Phi}(t) \quad (19)$$

Interessant sind die Stellen, an denen der Schlitten die Geschwindigkeit Null hat. Unter der Annahme, daß sich die Kurbel mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega(t) \neq 0$ bewegt, braucht man nur den ersten Term aus dem Produkt gleich Null zu setzen. Führt man die Substitution

$$\sin(\Phi(t)) = z$$

$$\cos(\Phi(t)) = \sqrt{1 - z^2}$$

durch, so gilt:

$$z \cdot \sqrt{L^2 - (E + R \cdot z)^2} - (E + R \cdot z) \cdot \sqrt{1 - z^2} = 0$$

Nach dem Lösen der quadratischen Gleichung folgt für z:

$$\sin(\Phi(t)) = z = \frac{E}{(L - R)(L + R)} (R \pm L) \quad (20)$$

Dies bestätigt die bereits geometrisch hergeleiteten Zusammenhänge für die Größen Φ_0 und Φ_u aus den Gleichungen (13) und (16).

3.1.4 Die Beschleunigung $a(t)$ des Schlittens

Durch Ableiten der Geschwindigkeit in Gleichung (18) erhält man eine Beziehung für die Beschleunigung.

$$a(t) = \frac{d}{dt} v(t) = \left[\cos(\Phi(t)) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2 \cdot \cos^2(\Phi(t)) \cdot R}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}^3} + \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t))) \cdot \sin(\Phi(t)) - R \cdot \cos^2(\Phi(t))}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}} \right] \cdot R \cdot \left(\dot{\Phi}(t) \right)^2 + \left[\sin(\Phi(t)) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t))) \cdot \cos(\Phi(t))}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}} \right] \cdot R \cdot \ddot{\Phi}(t) \quad (21)$$

Die Ableitung der Näherungsformel (19) ergibt:

$$a(t) = \left(\cos(\Phi(t)) + \frac{E}{L} \sin(\Phi(t)) - \frac{R}{L} \cos(2\Phi(t)) \right) \cdot R \cdot \left(\dot{\Phi}(t) \right)^2 + \left(\sin(\Phi(t)) - \frac{E}{L} \cos(\Phi(t)) - \frac{R}{2 \cdot L} \sin(2\Phi(t)) \right) \cdot R \cdot \ddot{\Phi}(t) \quad (22)$$

3.1.5 Die Winkelgeschwindigkeit $\omega(t)$ der Kurbel

Löst man Gleichung (18) nach $\dot{\Phi}(t) = \omega(t)$ auf, so erhält man die Winkelgeschwindigkeit in Abhängigkeit von $\Phi(t)$ und $v(t)$:

$$\omega(t) = \frac{v(t)}{R \cdot \left(\sin(\Phi(t)) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t))) \cdot \cos(\Phi(t))}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}} \right)} \quad (23)$$

3.1.6 Transformation von $x(t)$ nach $\Phi(t)$

Formt man Gleichung (6) nach $\phi(t)$ um, so stößt man nach dem Ausmultiplizieren auf folgende Gleichung:

$$x(t) \cdot \cos(\Phi(t)) + E \cdot \sin(\Phi(t)) = \frac{L^2 - E^2 - R^2 - x(t)^2}{2 \cdot R} \quad (24)$$

Definiert man die Größen

$$K = \frac{L^2 - E^2 - R^2 - x(t)^2}{2 \cdot R}$$

$$\cos(\Phi(t)) = z$$

$$\sin(\Phi(t)) = \sqrt{1 - z^2} \quad ,$$

so folgt:

$$x(t) \cdot z + E \cdot \sqrt{1 - z^2} = K$$

Nach dem Isolieren und Quadrieren der Wurzel ergibt sich:

$$E^2 - K^2 = z^2(x(t)^2 + E^2) - 2 \cdot K \cdot x(t) \cdot z$$

$$\frac{E^2 - K^2}{x(t)^2 + E^2} = z^2 - 2 \cdot \frac{K \cdot x(t)}{x(t)^2 + E^2} \cdot z$$

Jetzt wird quadratisch ergänzt und z ersetzt:

$$\left(\cos(\Phi(t)) - \frac{K \cdot x(t)}{x(t)^2 + E^2}\right)^2 = \frac{E^2 - K^2}{E^2 + x(t)^2} + \left(\frac{K \cdot x(t)}{x(t)^2 + E^2}\right)^2 \quad (25)$$

Nach $\cos(\Phi(t))$ auflösen:

$$\cos(\Phi(t)) = \frac{K \cdot x(t)}{x(t)^2 + E^2} \pm \sqrt{\frac{E^2 - K^2}{E^2 + x(t)^2} + \left(\frac{K \cdot x(t)}{x(t)^2 + E^2}\right)^2} \quad (26)$$

Schließlich folgt für $\Phi(t)$:

$\Phi(t) = +\arccos\left(\frac{1}{E^2 + x(t)^2} \left[K \cdot x(t) \pm E \cdot \sqrt{E^2 + x(t)^2 - K^2} \right]\right) \quad \text{für } 0 \leq \Phi(t) < 180^\circ$ $\Phi(t) = -\arccos\left(\frac{1}{E^2 + x(t)^2} \left[K \cdot x(t) \pm E \cdot \sqrt{E^2 + x(t)^2 - K^2} \right]\right) \quad \text{für } -180^\circ \leq \Phi(t) < 0$ <div style="text-align: right;">(27)</div>

Die Fallunterscheidung muß gemacht werden, da die Umkehrfunktion von $\cos(\Phi)$ im Intervall $[0^\circ, 360^\circ]$ nicht eindeutig ist. Dies wird auch aus anschaulichen Überlegungen heraus deutlich. Für jede Winkelstellung der Kurbel existiert **eine** bestimmte Position des Schlittens. Einer Schlittenposition können dagegen **zwei** Winkelstellungen der Kurbel zugeordnet werden.

Die Gleichungen (27) beschreiben eine Linksdrehung der Kurbel. Die folgenden Tabellen geben Aufschluß über die Bedeutung der Vorzeichen vor der Arccosfunktion und der Wurzel:

Linksdrehung $\dot{\Phi}(t) > 0$:

$+\sqrt{\dots}$	für	$\dot{x}(t) < 0$	(28)
$-\sqrt{\dots}$	für	$\dot{x}(t) > 0$	
$+\arccos(\dots)$	für	$0^\circ \leq \Phi(t) < 180^\circ$	
$-\arccos(\dots)$	für	$-180^\circ \leq \Phi(t) < 0^\circ$	

Rechtsdrehung $\dot{\Phi}(t) < 0$:

$+\sqrt{\dots}$	für	$\dot{x}(t) > 0$	(29)
$-\sqrt{\dots}$	für	$\dot{x}(t) < 0$	
$+\arccos(\dots)$	für	$-180^\circ \leq \Phi(t) < 0^\circ$	
$-\arccos(\dots)$	für	$0^\circ \leq \Phi(t) < 180^\circ$	

Diese Gleichungen wurden mit einem Simulationsprogramm, das in C geschrieben wurde, überprüft und bestätigt.

Das Programm wird kurz im Anhang beschrieben.

3.1.7 Grafische Darstellung der Funktionen

Abbildung 3-3 stellt Gleichung (27) grafisch dar. Als Position x wird in allen Graphen die Größe $x(t) - x_s$ aufgetragen.

Es wurden die folgenden Parameter gewählt:

$$\begin{aligned} E &= 0 \text{ m} \\ L &= 6 \text{ m} \\ R &= 1,2 \text{ m} \end{aligned}$$

Der Graph der Funktion ist symmetrisch zur X-Achse, weil die Exzentrizität Null beträgt.

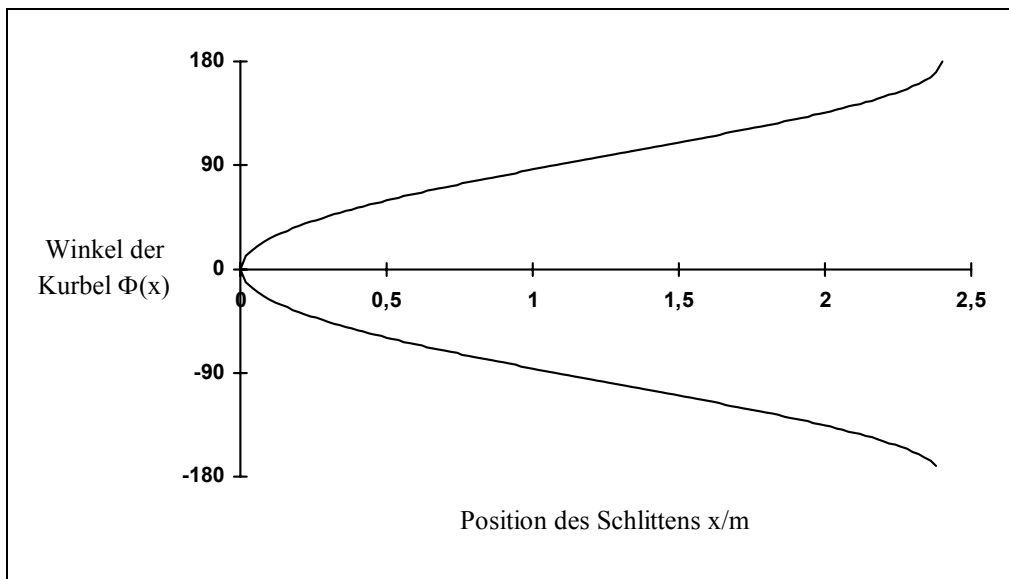


Abbildung 3-3: Winkel der Kurbel als Funktion der Position

Abbildung 3-4 stellt Gleichung (27) grafisch dar. Dabei wurden folgende Parameter gewählt:

$$\begin{aligned} E &= 2 \text{ m} \\ L &= 6 \text{ m} \\ R &= 1,2 \text{ m} \end{aligned}$$

Der Graph ist aufgrund der Exzentrizität nicht mehr symmetrisch. Die Exzentrizität ist in diesem Fall sehr groß gewählt worden: $E > R$. Trotzdem ist die Asymmetrie der Kurve noch relativ gering. Man kann also davon ausgehen, daß kleine Exzentrizitäten die Regelstrecke nur gering beeinflussen. Da die Exzentrizität nicht vorgegeben ist, wird der Reglerentwurf für $E = 0$ vorgenommen.

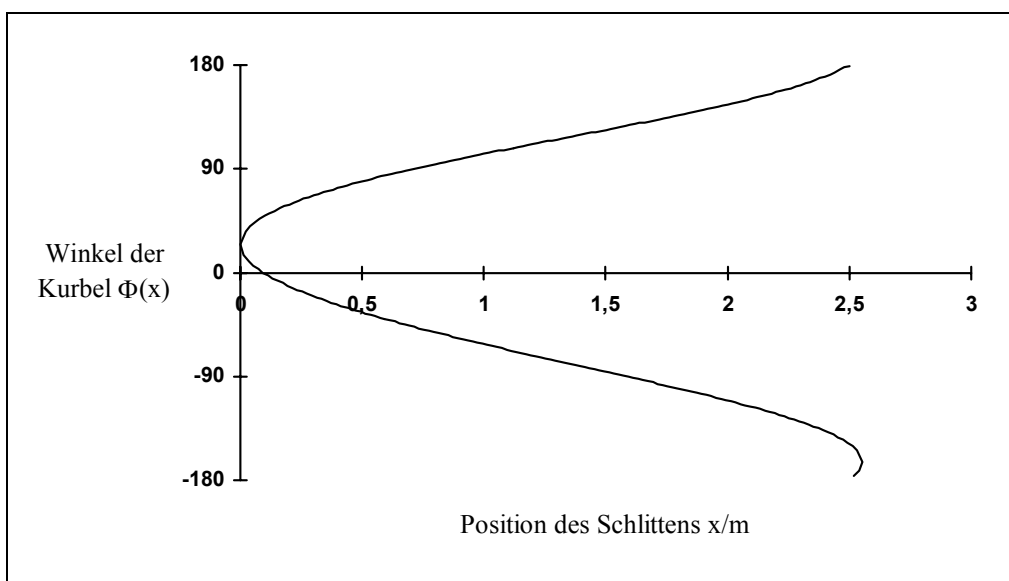


Abbildung 3-4: Winkel der Kurbel als Funktion der Position

Abbildung 3-5 zeigt die Umkehrfunktion aus Gleichung (7).

Die Parameter sind:

$$\begin{aligned} E &= 2 \text{ m} \\ L &= 6 \text{ m} \\ R &= 1,2 \text{ m} \end{aligned}$$

Zusätzlich ist noch die Näherungsformel (10) eingezeichnet (rote Linie). Dabei wird ersichtlich, daß die Näherung sehr exakt gilt. Der größte Fehler wird im Bereich $0 < \Phi(t) < 180^\circ$ gemacht. Er beträgt maximal **1%**.

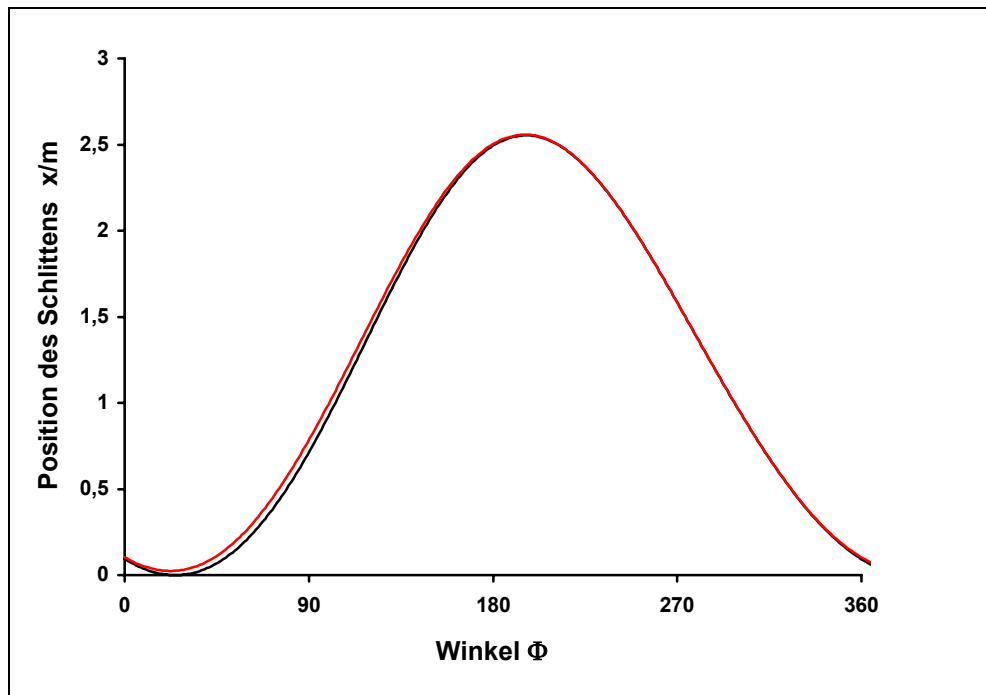


Abbildung 3-5: Schlittenposition als Funktion des Kurbelwinkels

3.1.8 Das Trägheitsmoment des Kurbelgetriebes

Das Trägheitsmoment des Pleuelgestänges erhält man über die Gesamtenergie des mechanischen Systems. Sie setzt sich aus der Rotationsenergie der Kurbel und der Translationsenergie des Schlittens zusammen [1]:

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} J_p \omega^2 + \frac{1}{2} m_s v^2$$

Mit Gleichung (18) folgt:

$$W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} \left(J_p + m_s \left[\sin(\Phi(t)) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t))) \cdot \cos(\Phi(t))}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}} \right]^2 \cdot R^2 \right) \cdot \omega^2$$

Definiert man den Term in den runden Klammern als $J(\Phi)$, so erhält man das winkelabhängige Ersatzträgheitsmoment des Pleuelgestänges.

Aus (31) und (34) folgt für den Winkel γ :

$$\gamma = \Phi(t) - \arcsin\left(\frac{E + R \cdot \sin(\Phi(t))}{L}\right)$$

δ ist der um 90° kleinere Winkel:

$$\delta = \Phi(t) - \arcsin\left(\frac{E + R \cdot \sin(\Phi(t))}{L}\right) - 90^\circ \quad (35)$$

und mit $\cos(\alpha - 90^\circ) = \sin(\alpha)$:

$$\cos(\delta) = \sin\left[\Phi(t) - \arcsin\left(\frac{E + R \cdot \sin(\Phi(t))}{L}\right)\right]$$

Damit gilt:

$$\frac{\cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \approx \frac{\sin\left[\Phi(t) - \arcsin\left(\frac{E + R \cdot \sin(\Phi(t))}{L}\right)\right]}{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{E + R \cdot \sin(\Phi)}{L}\right)^2} \quad (36)$$

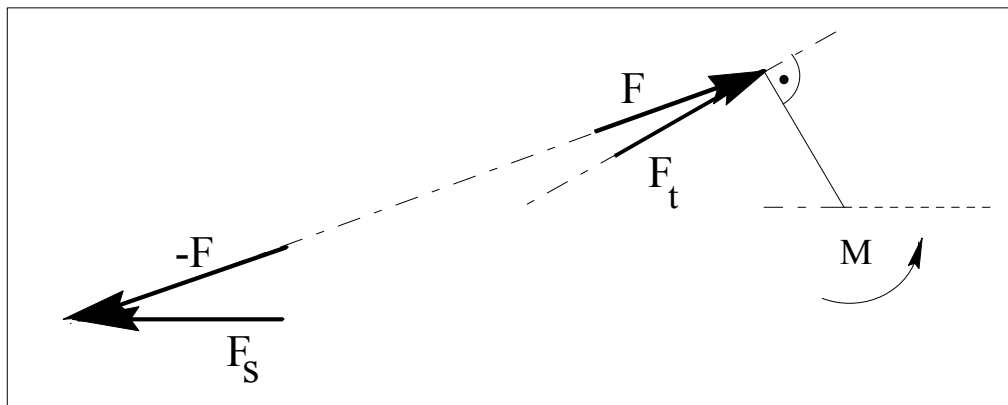


Abbildung 3-7: Kräfte, die am Getriebe angreifen

Mit dem Drehmoment des Motors M und der durch die Pleuelstange angreifenden Kraft F wird das Momentengleichgewicht an der Pleuelstange aufgestellt:

$$\begin{aligned} M - F_t \cdot R &= J_p \cdot \dot{\omega} \\ M - F \cdot \cos(\delta) \cdot R &= J_p \cdot \dot{\omega} \end{aligned} \quad (37)$$

Am Schlitten greift ebenso die Kraft F an. Es gilt:

$$F \cdot \cos(\alpha) = m_s \cdot \dot{v}$$

$$F = \frac{m_s \cdot \dot{v}}{\cos(\alpha)} \quad (38)$$

Setzt man Gleichung (38) in Gleichung (37) ein, so folgt:

$$M - \frac{m_s \cdot \dot{v}}{\cos(\alpha)} \cdot \cos(\delta) \cdot R = J_p \cdot \dot{\omega}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (21) für $a(t)$ ergibt sich die DGL:

$$M = f_1(\Phi) \cdot \left(\dot{\Phi}(t) \right)^2 + (J + f_2(\Phi)) \cdot \ddot{\Phi} \quad (39)$$

mit den beiden Funktionen:

$$f_1(\Phi) = \frac{m_s \cdot \cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \left[\cos(\Phi(t)) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2 \cdot \cos^2(\Phi(t)) \cdot R}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}^3} + \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t))) \cdot \sin(\Phi(t)) - R \cdot \cos^2(\Phi(t))}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}} \right] \cdot R^2$$

$$f_2(\Phi) = \frac{m_s \cdot \cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \cdot \left[\sin(\Phi(t)) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t))) \cdot \cos(\Phi(t))}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}} \right] \cdot R^2$$

Verwendet man die Näherungsformel (21) für $a(t)$, so folgt für die beiden Funktionen:

$$f_1(t) = \frac{m_s \cdot \cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \left(\cos(\Phi(t)) + \frac{E}{L} \sin(\Phi(t)) - \frac{R}{L} \cos(2\Phi(t)) \right) \cdot R^2$$

$$f_2(t) = \frac{m_s \cdot \cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \left(\sin(\Phi(t)) - \frac{E}{L} \cos(\Phi(t)) - \frac{R}{2 \cdot L} \sin(2\Phi(t)) \right) \cdot R^2$$

3.1.10 Einsetzen der numerischen Parameter

In Gleichung (39) werden jetzt die Parameter aus dem Kapitel „Die Parameter des Pleuelgestänges“ auf Seite 2-4 eingesetzt:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{L} &= \mathbf{0,6\ m} \\
 \mathbf{E} &= \mathbf{0\ m} \\
 \mathbf{R} &= \mathbf{0,12\ m} \\
 \mathbf{J_p} &\approx \mathbf{0,020\ kg\ m^2} \\
 \mathbf{m_s} &\approx \mathbf{11\ kg}
 \end{aligned}$$

Der Winkel α ist dann maximal:

$$\alpha_{\max} = \arcsin\left(\frac{R}{L}\right) \approx 0,2 < 1$$

Daher ist die Näherung aus Gleichung (36) gültig:

$$\frac{\cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \approx \frac{\sin[\Phi - \arcsin(0,2 \cdot \sin \Phi)]}{1 - 0,02 \cdot \sin^2 \Phi}$$

mit $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$ folgt [10]:

$$\cos \delta = \sin \Phi \cdot \cos[\arcsin(0,2 \cdot \sin \Phi)] - 0,2 \cdot \sin \Phi \cdot \cos \Phi$$

Da $\arcsin(0,2 \cdot \sin \Phi) < 1$ gilt die Näherung (32):

$$\cos \delta = \sin \Phi - 0,1 \cdot \sin(2 \Phi) - 0,02 \cdot \sin^3 \Phi$$

$$\frac{\cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \approx \frac{\sin \Phi - 0,1 \cdot \sin(2 \Phi) - 0,02 \cdot \sin^3 \Phi}{1 - 0,02 \cdot \sin^2 \Phi}$$

Läßt man die Terme mit dem Faktor 0,02 im Zähler und Nenner entfallen, so macht man nur einen Fehler, der höchstens 0,5% groß wird.

$$\frac{\cos(\delta)}{\cos(\alpha)} \approx \sin \Phi - 0,1 \cdot \sin 2 \Phi$$

Damit folgt für die Funktionen f_1 und f_2 näherungsweise:

$f_1(t) = 0,1584 \text{ kgm}^2 \cdot [\sin \Phi - 0,1 \cdot \sin 2 \Phi][\cos \Phi - 0,2 \cdot \cos(2 \Phi)]$	(40)
$f_2(t) = 0,1584 \text{ kgm}^2 \cdot [\sin \Phi - 0,1 \cdot \sin 2 \Phi][\sin \Phi - 0,1 \cdot \sin(2 \Phi)]$	

Gleichung (39) lautet dann insgesamt:

$$\frac{M}{N \cdot m} = 0,1584 \cdot [\sin \Phi - 0,1 \cdot \sin 2 \Phi] [\cos \Phi - 0,2 \cdot \cos(2 \Phi)] \cdot (\dot{\Phi}(t))^2 + (0,020 + 0,1584 \cdot [\sin \Phi - 0,1 \cdot \sin 2 \Phi] [\sin \Phi - 0,1 \cdot \sin(2 \Phi)]) \cdot \ddot{\Phi} \quad (41)$$

Eine numerische Auswertung der genäherten und exakten Funktionen $f_1(\Phi)$ und $f_2(\Phi)$ mit einem Matheprogramm [15] ergibt, daß der Fehler bei Verwendung der Näherungen höchstens **0,001 kgm²** beträgt.

Abbildung 3-8 stellt die genäherte und exakte Funktion $f_1(\Phi)$ dar. Die Unterschiede sind so minimal, daß sie in diesem Maßstab zusammenfallen. Abbildung 3-9 zeigt, daß ebenso die Näherung für $f_2(\Phi)$ sehr gut ist.

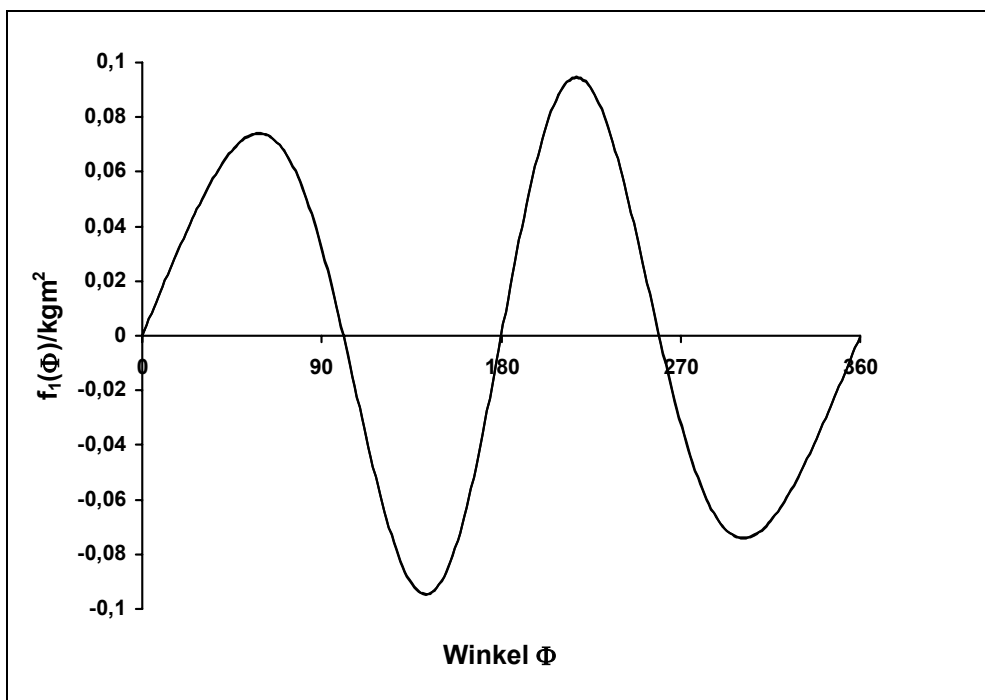


Abbildung 3-8: Darstellung der genäherten und exakten Funktion $f_1(\Phi)$

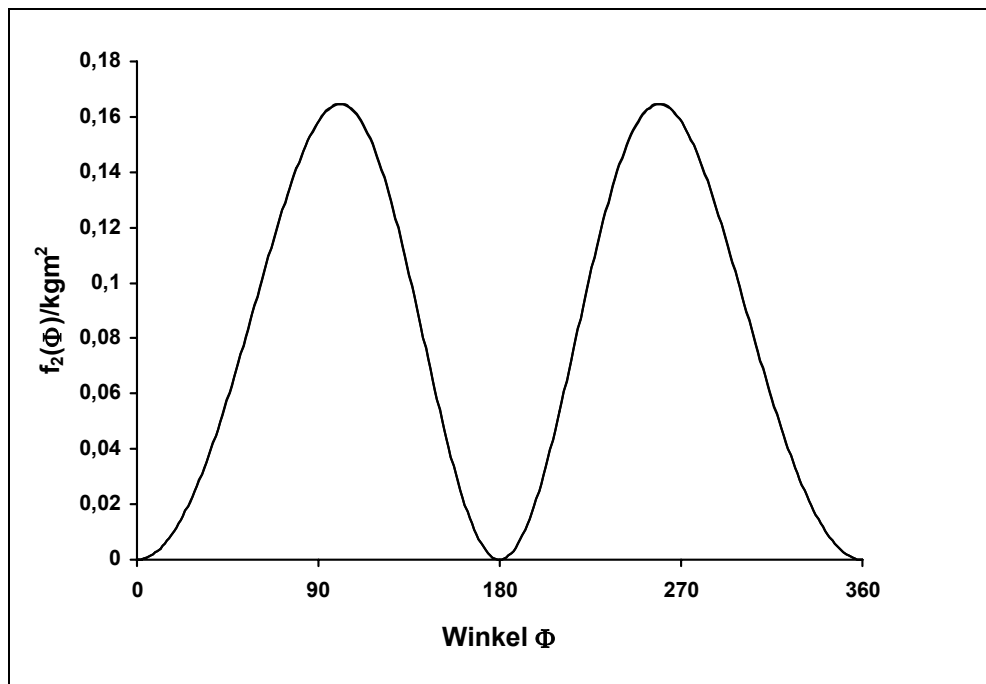


Abbildung 3-9: Darstellung der genäherten und exakten Funktion $f_2(\Phi)$

Nach einer numerischen Berechnung folgt für die Maximalwerte von $f_1(\Phi)$ und $f_2(\Phi)$:

$$\max\{f_1(\Phi)\} = 0,095 \text{ kgm}^2$$

$$\max\{f_2(\Phi)\} = 0,165 \text{ kgm}^2$$

3.2 Beschreibung des Motors

Zum Antrieb soll ein Synchronmotor verwendet werden, der anhand der Parameter der mechanischen Regelstrecke dimensioniert werden muß.

3.2.1 Die Drehzahlregelung

Dem Motor wird ein geregelter Frequenzumrichter vorgeschaltet. Dieser erzeugt ein Drehfeld, dessen Frequenz sich proportional zur Eingangsspannung verhält. Abbildung 3-10 stellt den Aufbau schematisch dar.

Im folgenden sollen die Begriffe Frequenzumrichter, Servoumrichter und Vorverstärker synonym verwendet werden.

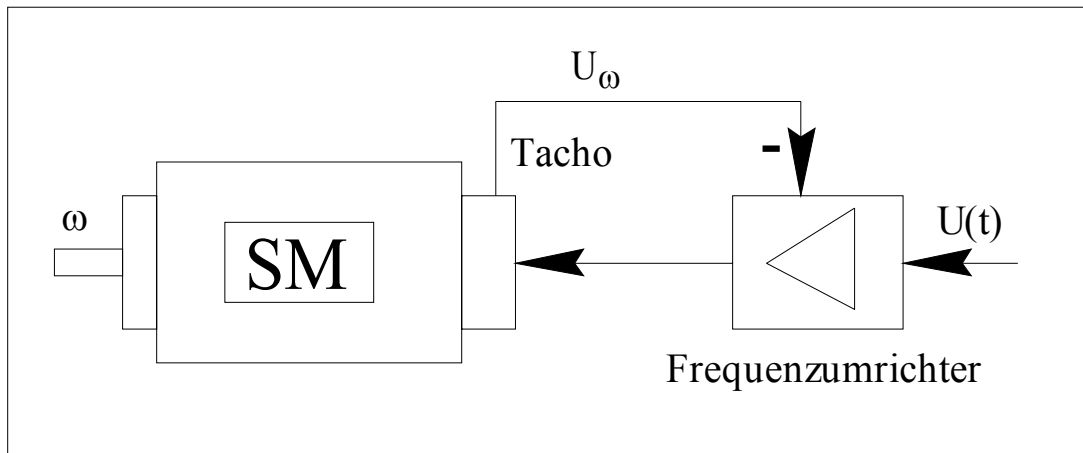


Abbildung 3-10: Servomotor mit Verstärker (Frequenzumrichter)

An dem Synchronmotor befindet sich ein Tachogenerator, der eine der Drehzahl proportionale Spannung U_ω generiert. Diese Spannung wird an den Servoumrichter zurückgekoppelt, so daß Motor und Umrichter einen unterlagerten Regelkreis bilden. Die Drehzahl $\omega(t)$ wird also proportional zur Eingangsspannung $U(t)$ eingeregelt.

Wählt man einen Motor aus, der die nötigen Drehmomente aufbringt und ausreichende dynamische Eigenschaften hat, kann davon ausgegangen werden, daß die Motordrehzahl der Eingangsspannung bis auf eine Verzögerungszeit T_V folgt.

Der elektrische Teil der Regelstrecke soll deshalb durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung (VZ1-Glied) beschrieben werden.

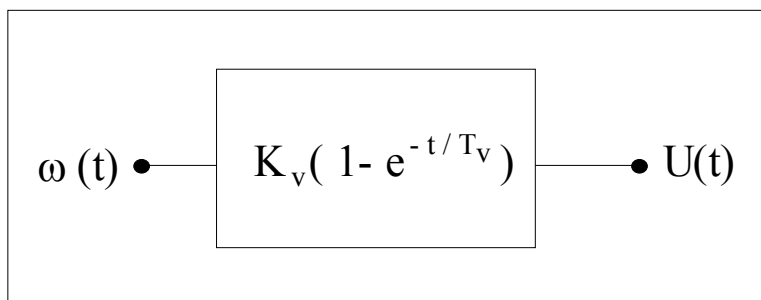


Abbildung 3-11: VZ1-Glied als Modell für den unterlagerten Regelkreis

Die beiden Konstanten K_V und T_V sind noch unbekannt.

- K_V ist abhängig von dem Getriebe und dem Motorverstärker.
- T_V ist abhängig von den dynamischen Eigenschaften des mechanischen Systems und des Antriebs.

Zur Bestimmung der beiden Größen ist die Kenntnis eines konkreten Antriebssystems Voraussetzung. Im folgenden wird deshalb der Motor mit Getriebe und Verstärker dimensioniert und ausgewählt.

3.2.2 Anforderungen an den Motor

Für die Dimensionierung des Motors braucht man Kenntnis von den Drehmomenten, die beim Antrieb der Strecke auftreten. Im folgenden wird deshalb zunächst der Momentenverlauf abgeschätzt, der beim Betrieb des Pleuelgestänges auftritt.

Dabei werden die folgenden Parameter zugrunde gelegt:

L	= 0,6 m
E	= 0 m
R	= 0,12 m
J_P	≈ 0,020 kg m ²
m_S	≈ 11 kg
v₀	= 1,5 m/s

Zunächst wird die Schnittposition x_S bestimmt. Aus den Gleichungen (11) und (14) folgt:

$$x_0 = 0,48 \text{ m}$$

$$x_u = 0,72 \text{ m}$$

und damit:

$$x_S = \frac{x_0 + x_u}{2} = 0,6 \text{ m}$$

Mit Gleichung (27) kann der Schnittwinkel Φ_S ermittelt werden:

$$\Phi_S = 95,74^\circ$$

Bei einem Gleichlaufwinkelbereich von 45° muß also mindestens im folgenden Schnittintervall Gleichlauf herrschen:

$$73,24^\circ \leq \Phi(t) \leq 118,24^\circ$$

Mit Gleichung (7) entspricht das für die Schlittenposition einem Intervall:

$$0,5544 \text{ m} \leq x(t) \leq 0,6475 \text{ m} \quad (42)$$

Wenn man Φ_S und v_0 in (23) einsetzt erhält man die Kreisfrequenz während des Schnitts:

$$\omega_S = K \cdot v_0 = 12,31 \text{ Hz} \quad (43)$$

mit

$$K = \frac{1}{R \cdot \left(\sin(\Phi_S) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi_S)) \cdot \cos(\Phi_S)}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi_S))^2}} \right)} = 8,2078 \frac{1}{\text{m}}$$

Ein Zyklus mit Sägen und Positionieren benötigt die Zeit t_g . Sie ist abhängig von der Länge des zu sägenden Stücks l und der Geschwindigkeit v_0 . Es gilt:

$$t_g = \frac{l}{v_0} \quad (44)$$

Für den Schnitt steht die Zeit t_s zur Verfügung. Von der Gesamtzeit verbleibt nur noch die Zeit t_p für den Positioniervorgang:

$$t_p = t_g - t_s$$

Die Schnittzeit beträgt:

$$t_s \approx \frac{\Phi_{\text{Schnittintervall}}}{\omega_s} = 63,8 \text{ ms}$$

Abbildung 3-12 stellt Gleichung (23) bei konstanter Schlittengeschwindigkeit $v(t) = v_0$ dar. Im Bereich um dem Schnittwinkel $\Phi_s \approx 95^\circ$ verläuft die Winkelgeschwindigkeit relativ konstant. Dies rechtfertigt eine Linearisierung um den Arbeitspunkt Φ_s .

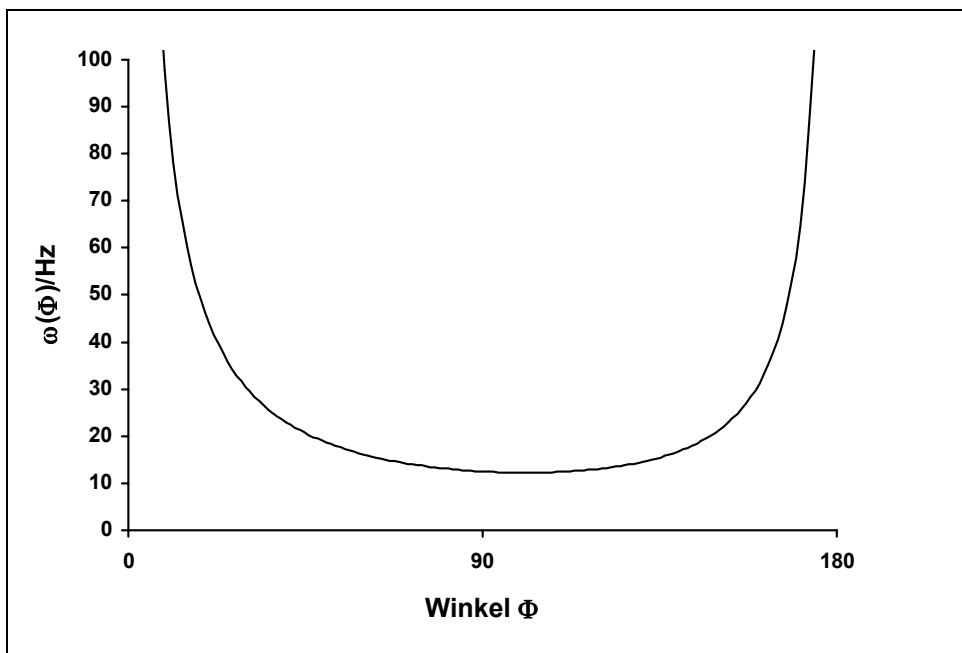


Abbildung 3-12: Winkelgeschwindigkeit bei konstanter Schlittengeschwindigkeit v_0

Um eine **Abschätzung** für die maximale Winkelgeschwindigkeit ω_{\max} und die maximale Winkelbeschleunigung α_{\max} zu erhalten, soll im folgenden angenommen werden, daß die Winkelgeschwindigkeit während des Positioniervorgangs nach folgender Funktion verläuft:

$$\omega(t) = \begin{cases} \omega_s + (\omega_{\max} - \omega_s) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{t_g - t_s} \left(t - \frac{t_s}{2}\right)\right) & \text{für } \frac{t_s}{2} \leq t \leq t_g - \frac{t_s}{2} \\ \omega_s & \text{sonst} \end{cases}$$

Diese Abschätzung wird nicht dem realen Verlauf der Winkelgeschwindigkeit entsprechen. Sie liefert aber Richtwerte, nach denen der Antrieb dimensioniert werden kann. Im Anschluß an den Reglerentwurf wird dieser Zusammenhang nocheinmal kontrolliert.

Abbildung 3-13 stellt dies in einem Diagramm dar.

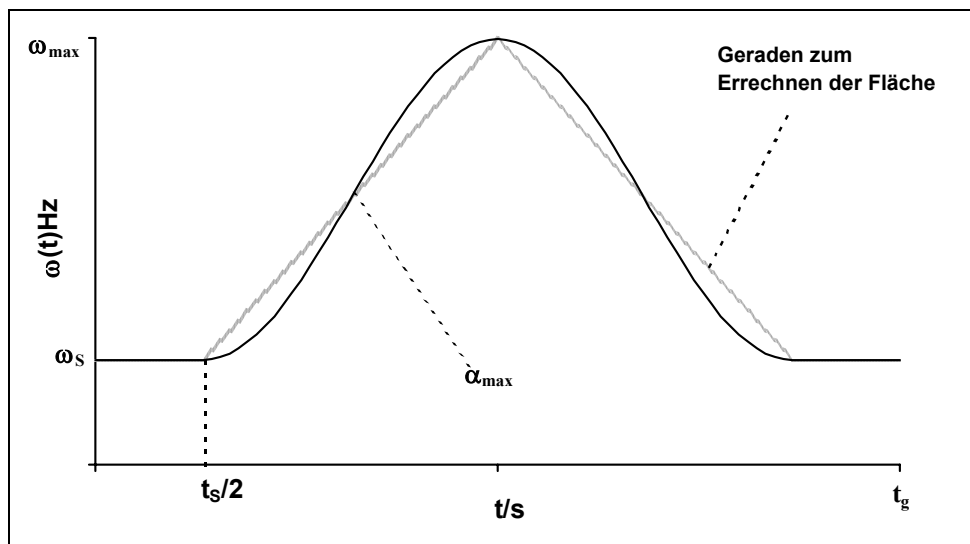


Abbildung 3-13: Winkelgeschwindigkeits-Zeit-Diagramm des Positioniervorgangs

Die Fläche unter der Kurve entspricht dem Winkel Φ . Durch Integration folgt:

$$\Phi(t) = \begin{cases} \omega_s \cdot t + \Phi_s & \text{für } 0 \leq t < \frac{t_s}{2} \\ (\omega_{\max} - \omega_s) \cdot \left[\frac{1}{2} \left(t - \frac{t_s}{2}\right) - \frac{t_g - t_s}{4 \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{t_g - t_s} \left(t - \frac{t_s}{2}\right)\right) \right] & \text{für } \frac{t_s}{2} \leq t < t_g - \frac{t_s}{2} \\ + \omega_s \cdot t + \Phi_s & \\ \omega_s \cdot t + \frac{(\omega_{\max} - \omega_s)}{2} (t_g - t_s) + \Phi_s & \text{für } t_g - \frac{t_s}{2} \leq t < t_g \end{cases}$$

In einem Zyklus wird der Winkel $\Phi = 2 \cdot \pi$ durchlaufen. Zur Berechnung der Gesamtfläche kann die \sin^2 -Funktion durch eine Gerade beschrieben werden. Da sie symmetrisch zu dieser Geraden verläuft, ist die Fläche unter der Geraden und der \sin^2 -Funktion gleich groß. Es gilt also:

$$2 \cdot \pi = \omega_s \cdot t_g + (\omega_{\max} - \omega_s) \cdot \frac{t_p}{2}$$

Mit den Gleichungen (44) und (43) folgt für die maximale Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega_{\max} = v_0 \frac{4 \cdot \pi - K \cdot (1 + t_s \cdot v_0)}{1 - t_s \cdot v_0} \quad (45)$$

Die Winkelbeschleunigung α lässt sich aus der Steigung des Graphen ermitteln:

$$\alpha(t) = \frac{d}{dt} \omega(t) = \frac{\omega_{\max} - \omega_s}{t_p} \pi \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{t_p} \left(t - \frac{t_s}{2}\right)\right)$$

Der Sinus wird maximal eins. Setzt man Gleichung (45) ein, so folgt schließlich für α_{\max} :

$$\alpha_{\max} = 2 \cdot \pi \cdot v_0^2 \frac{2 \cdot \pi - K \cdot 1}{(1 - t_s \cdot v_0)^2} \quad (46)$$

Setzt man die Ausdrücke für $\Phi(t)$, $\omega(t)$ und $\alpha(t)$ in die Gleichung (39) ein, erhält man den Drehmomentenverlauf $\mathbf{M}(t)$ für einen Zyklus. Die Auswertung wird numerisch [15] durchgeführt. Die folgende Abbildung stellt den Verlauf grafisch dar:

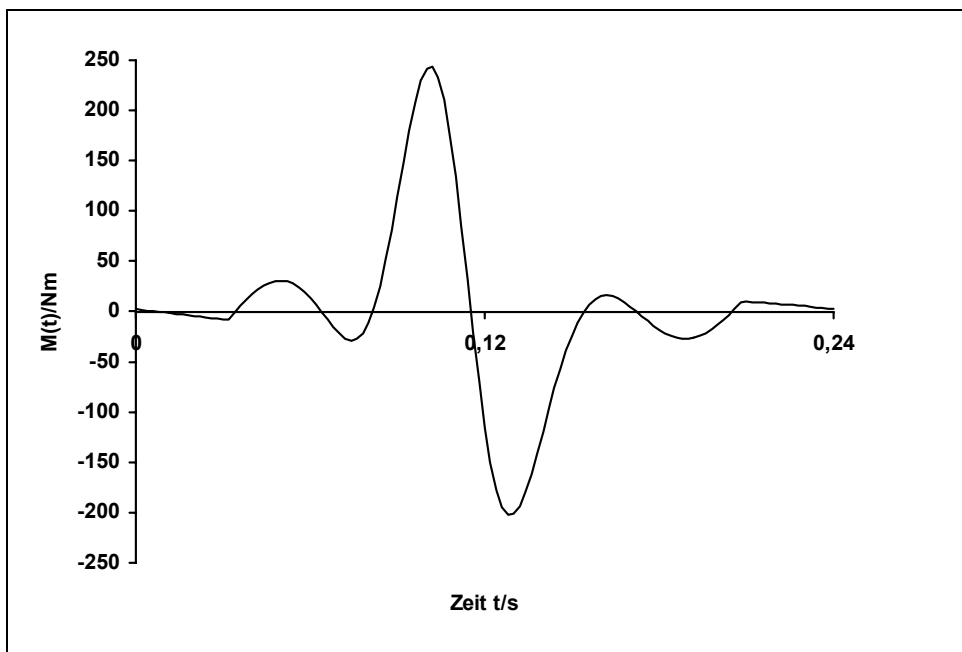


Abbildung 3-14: Momentenverlauf während eines Positionierzyklus

Setzt man Zahlenwerte für die minimale und maximale Werkstücklänge in die beiden Gleichungen (45) und (46) ein, so folgt:

l	0,36 m	0,5 m
ω_{\max}	50,09 rad/s	28,48 rad/s
n_{\max}	478,32 U/min	271,96 U/min
α_{\max}	673,54 rad/s ²	188,45 rad/s ²
M_{\max}	243,28 Nm	78,63 Nm

Tabelle 1: Randbedingungen für den Antriebsmotor

Es muß ein Motor mit Getriebe ausgesucht werden, der in der Lage ist, den Momentenverlauf aus Abbildung 3-14 und die Randbedingungen aus Tabelle 1 zu erbringen.

3.2.3 Das Modell des mechanischen Systems

Die DGL in Gleichung (39) beschreibt die dynamischen Eigenschaften des mechanischen Systems. Eingangsgröße des Systems ist das Antriebsmoment M und Ausgangsgröße ist die resultierende Winkelstellung der Kurbel Φ .

Diese DGL läßt sich mit Hilfe eines Strukturbildes beschreiben.

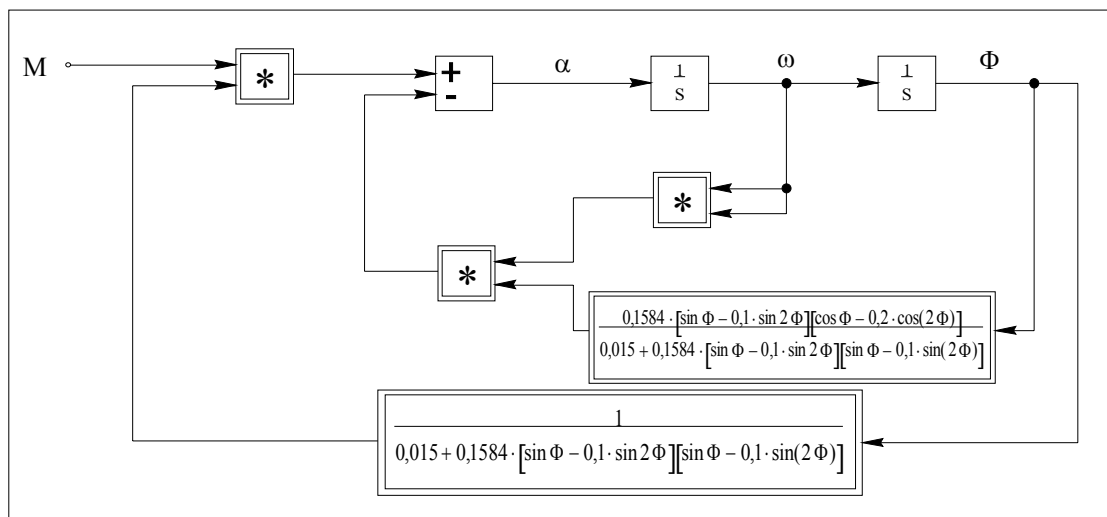


Abbildung 3-15: Das Modell des dynamischen, mechanischen Systems

Dieses Modell wurde mit Hilfe des Matheprogramms Simulink [11] realisiert. So konnten die gefundenen Momentenverläufe numerisch überprüft und bestätigt werden.

3.2.4 Dimensionierung des Motors

Für die Auswahl des Motors müssen zusätzlich die folgenden Daten berücksichtigt werden:

i	Übersetzungsverhältnis des Getriebes
J_G	Trägheitsmoment des Getriebes
J_M	Trägheitsmoment des Motors

Für ein Getriebe gelten die folgenden Zusammenhänge:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{M_2}{M_1} \qquad i^2 = \frac{J_2}{J_1}$$

mit

ω_1, M_1, J_1	Drehzahl, Drehmoment und Trägheitsmoment auf der Primärseite
ω_2, M_2, J_2	Drehzahl, Drehmoment und Trägheitsmoment auf der Sekundärseite

Für das Drehmoment, das der Motor aufbringen muß gilt also:

$$M_M(t) = \frac{M(t)}{i} + (J_G + J_M) \cdot \alpha(t) \cdot i$$

Das Nennmoment des Motors M_N sollte größer als das Effektivmoment M_{eff} gewählt werden.

$$M_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{t_g} \int_0^{t_g} M_M^2(t) dt} \leq M_N \qquad (47)$$

Aus einem Datenbuch [16] für Antriebe wird ein Motor mit den folgenden Daten ausgewählt:

Bezeichnung	ES 76
Nennmoment	$M_N = 32,2 \text{ Nm}$
Max. Moment	$M_K = 92,0 \text{ Nm}$
Nenn Drehzahl	$n_N = 3000 \text{ U/min}$
Trägheitsmoment	$J_M = 0,0074 \text{ Kg m}^2$

Dieser Motor bringt die nötigen Drehmomente, um mit einem Getriebe dem errechneten Momentenverlauf zu folgen.

Der Motor soll mit Nenn Drehzahl n_N laufen, wenn die maximale Drehzahl an der Kurbel erreicht ist. Das Übersetzungsverhältnis des Getriebes sollte damit im Bereich des folgenden Wertes liegen:

$$i = \frac{n_N}{n_{\text{max}}} = 6,27$$

Es wird mit der maximalen Drehzahl und nicht mit einer mittleren Drehzahl gerechnet, da n_{\max} periodisch immer wieder erreicht wird. Es handelt sich bei n_{\max} also nicht um einen Spitzenwert, der nur in Ausnahmefällen erreicht wird.

Folgendes Getriebe wird ausgewählt:

Bezeichnung	C 402_0066
Übersetzungsverhältnis	$i = 6,648$
Max. Sekundärdrehmoment	$M_{2zul} = 291 \text{ Nm}$
Trägheitsmoment	$J_G = 0,00607 \text{ Kg m}^2$

Der Momentenverlauf, den der Motor bringen muß, sieht damit folgendermaßen aus:

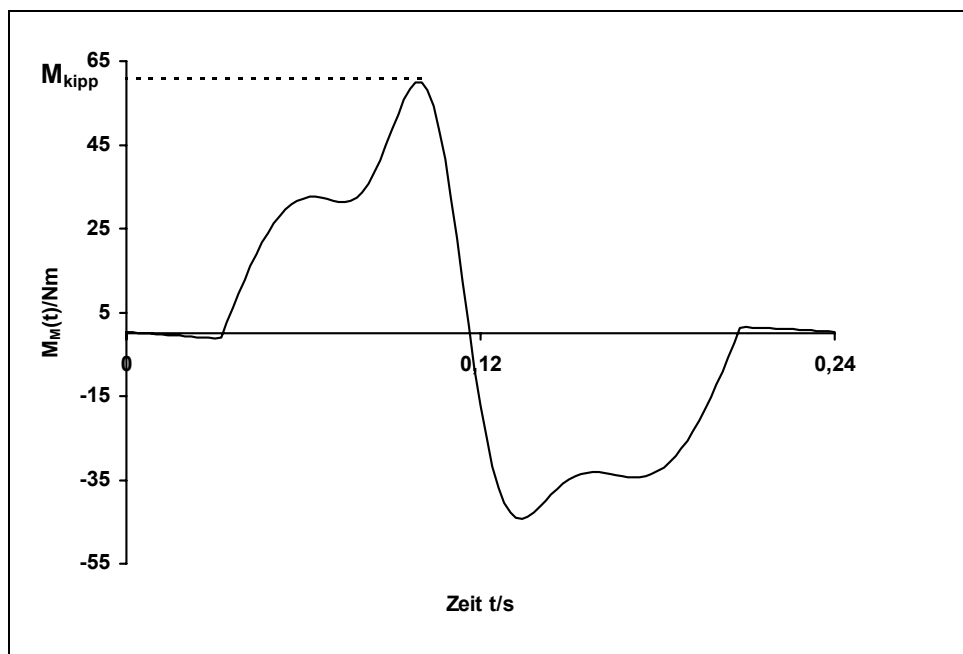


Abbildung 3-16: Verlauf des Motordrehmomentes $M_M(t)$

Setzt man die Zahlenwerte für die minimale und maximale Werkstücklänge in Gleichung (47) ein, so ergeben sich die nachstehenden Parameter:

l	0,36 m	0,5 m
n	478,32 U/min	271,96 U/min
M_{eff}	29,07 Nm	9,06 Nm
M_{kipp}	59,84 Nm	19,09 Nm

Damit sind die Bedingungen für die Auswahl des Motors und des Getriebes erfüllt:

$$\begin{aligned}
 M_{\text{kipp}} &< M_{2\text{zul}} \\
 M_{\text{eff}} &< M_N \\
 n_{\max} \cdot i &\approx n_N
 \end{aligned}$$

Jetzt muß noch ein geeigneter Servoumrichter ausgesucht werden. Laut Katalog [16] bietet sich ein Modell mit folgenden Daten an:

Bezeichnung:	SDC 3000 für 30 kW Motoren
Nennstrom:	$I_N = 61 \text{ A}$
Max. Strom:	$I_{\max} = 91,5 \text{ A}$
Max. Drehmoment:	$M_{\max} = 90 \text{ Nm}$

Die Größe des Motors und des Umrichters (30 kW) ist zunächst überraschend. Diese Dimensionen sind aber erforderlich, um den Vorgaben des Positioniervorgangs zu folgen. Dem Antrieb wird eine hohe Dynamik abverlangt, da er in 240 ms extreme Momentenänderungen erbringen muß. Außerdem sollte der Motor noch Leistungsreserven haben, um einer zu großen Erwärmung im Dauerbetrieb vorzubeugen. Auch eine Rücksprache mit Ingenieuren der Firma Stöber aus dem Fachgebiet Antriebstechnik bestätigte die Auswahl eines so starken Antriebssystems.

3.2.5 Die Parameter des VZ1-GLiedes

Der Verstärkungsfaktor K_V ergibt sich aus dem Übersetzungsverhältnis des Getriebes und der Verstärkung des Servoumrichters:

Das Getriebe hat ein Übersetzungsverhältnis von $i = 6,648$.

Der Servoumrichter soll so eingestellt werden, daß einer Sollwertvorgabe von **0V bis 10V** ein Drehzahlbereich von **0-3500 U/min** entspricht. Der Servoumrichter hat bezogen auf die Kreisfrequenz ω also eine Verstärkung von:

$$K_{SU} = \frac{3500}{10 \text{ V}} \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 36,65 \frac{1}{\text{Vs}}$$

Für die Gesamtverstärkung K_V folgt damit:

$$K_V = \frac{K_{SU}}{i} = 5,513 \frac{1}{\text{Vs}} \quad (48)$$

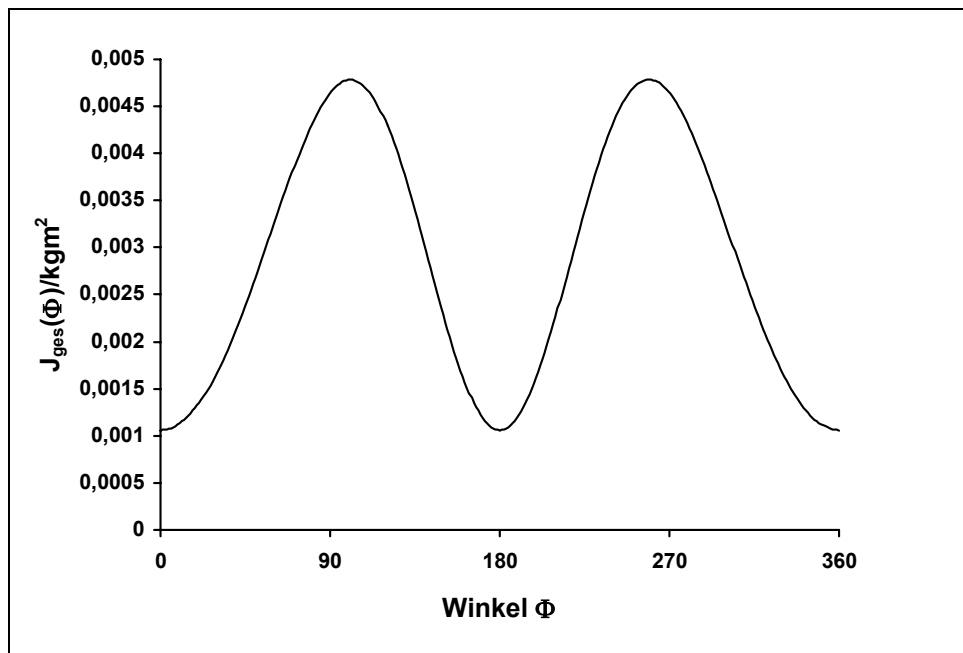
Die Verzögerungszeit T_V wird von der Trägheit des Systems und den Antriebseigenschaften des Motors bestimmt. Dabei spielt das Verhältnis von dem Eigenträgheitsmoment des Motors und dem Trägheitsmoment des mechanischen Systems eine große Rolle.

Setzt man in Gleichung (30) Zahlenwerte ein, so folgt für das Trägheitsmoment des Pleuelgestänges:

$$J(\Phi) = 0,020 \text{ kgm}^2 + 0,1584 \text{ kgm}^2 (\sin(\Phi) - 0,1 \cdot \sin(2\Phi))^2$$

Für das Trägheitsmoment hinter dem Getriebe, das direkt am Motor anliegt, gilt:

$$J_{\text{ges}}(\Phi) = \frac{J(\Phi)}{i^2} + J_G$$

Abbildung 3-17: Verlauf des Trägheitsmomentes J_{ges} abhängig vom Winkel

Das effektive Trägheitsmoment errechnet sich zu:

$$J_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{t_g} \int_0^{t_g} J_{\text{ges}}^2(t) dt} = 0,00316 \text{ kgm}^2$$

Das Verhältnis von dem Trägheitsmoment des mechanischen Systems und dem Eigentragheitsmoment des Motors beträgt damit:

$$\frac{J_{\text{eff}}}{J_M} = \frac{31,6}{74} = 0,427$$

Dieses Verhältnis ist sehr günstig, da es kleiner als eins ist. Aus Datenblättern [16] folgt, daß der Antrieb in diesem Fall in maximal **50 ms** von der Schnittdrehzahl ω_S auf die maximale Drehzahl ω_{max} beschleunigen kann. Dies reicht ohne weiteres aus, um den Drehzahlvorgaben beim Positionieren zu folgen.

Die Zeitkonstante T_V wird demnach nur von der Verzögerungszeit T_{SU} des Servoumrichters bestimmt, die laut Datenblatt [16] **2 ms** beträgt:

$$T_V = 2 \text{ ms} \quad (49)$$

3.3 Das Modell des Regelungssystems

Anhand der bisher erarbeiteten Daten kann das Modell des gesamten Regelungssystems gebildet werden.

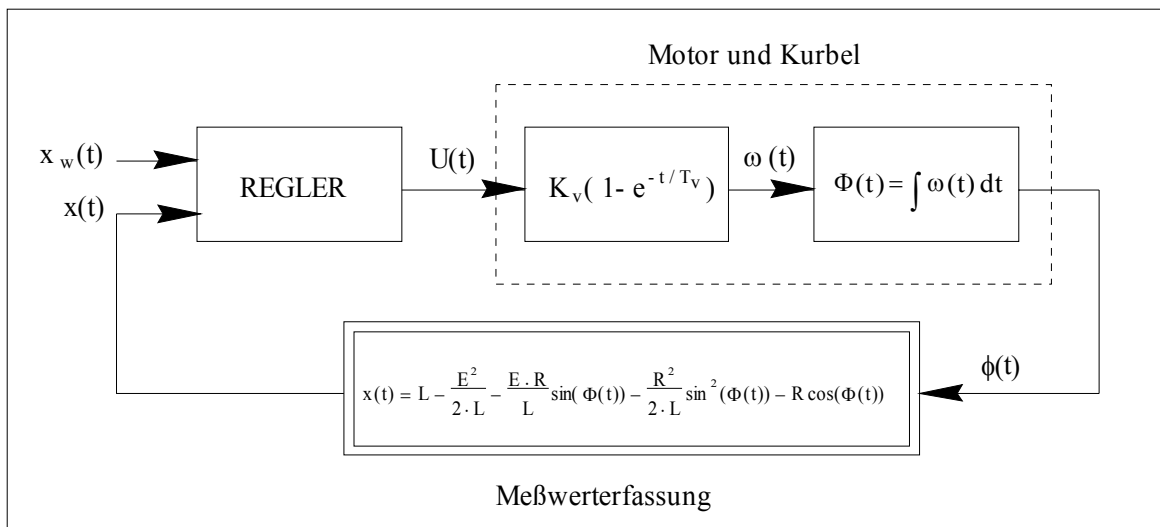


Abbildung 3-18: Das Modell des Regelungssystems

Der Regler erzeugt eine Stellgröße $U(t)$, die dem Frequenzumrichter und dem Motor zugeführt wird. Wie beschrieben wird dieser Teil durch ein VZ1-Glied angenähert. Der Motor liefert eine Drehzahl $\omega(t)$ und bewegt die Kurbel in eine neue Winkelstellung $\Phi(t)$. Die Winkelstellung geht durch Integration aus der Winkelgeschwindigkeit hervor.

An der Kurbel befindet sich ein Drehgeber, der die Winkelstellung der Kurbel erfaßt. Da der Regler die Schlittenposition $x(t)$ benötigt, wird in der Meßwerterfassung der Winkel in eine Position umgerechnet.

Dem Regler wird die Position des Leitantriebs (Werkstück) $x_w(t)$ und die errechnete Position des Folgeantriebs $x(t)$ zugeführt.

4 Der Reglerentwurf

Basierend auf dem Modell des Regelungssystems soll ein Reglerentwurf vorgenommen werden. Dabei werden die folgenden Schritte verfolgt:

- Geeignete Aufbereitung der Meßgrößen
- Entwurf auf der Grundlage eines PID-Reglers
- Entwurf auf der Grundlage eines Fuzzy-Reglers

4.1 Die Meßwerterfassung des Leitantriebs

Die Position des Werkstücks wird durch ein Meßrad erfasst, das auf dem Werkstück aufliegt. Die Meßgröße kann dabei durch einen inkrementalen oder eine absoluten Geber an den Controller übermittelt werden.

Die Meßwerterfassung muß nach dem Anschalten des Systems so geeicht werden, daß sich die Meßgröße auf den Punkt des Werkstücks bezieht, an dem der nächste Schnitt stattfinden soll. Wird dieser Eichvorgang unterlassen, so hat das erste geschnittene Stück nicht die richtige Länge.

Die Lage des Werkstücks für einen möglichen Eichvorgang zeigt die folgende Abbildung:

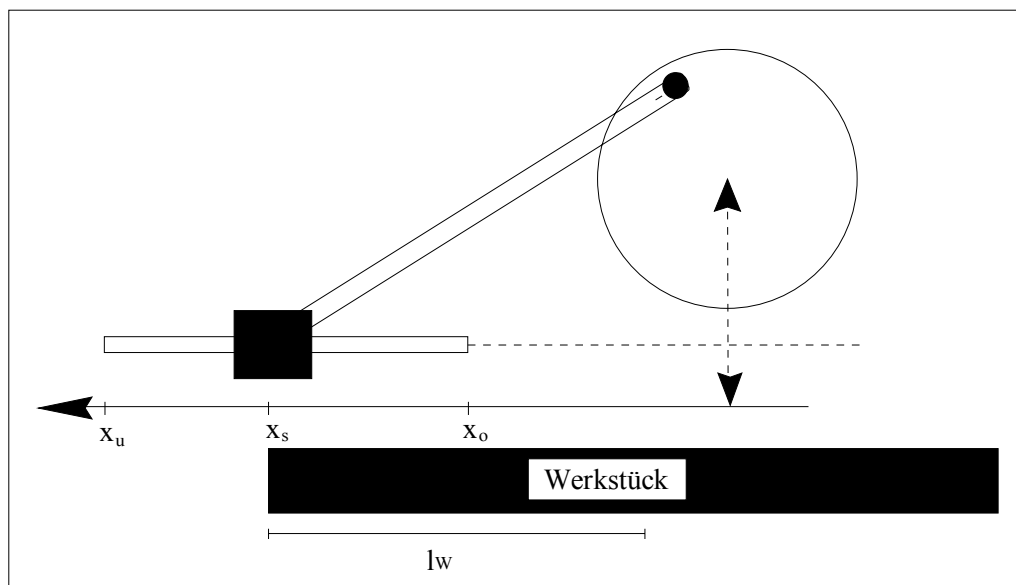


Abbildung 4-1: Lage des Werkstücks beim Eichen

Das Werkstück wird so gelegt, daß die vordere Kante an der Schnittstelle liegt. Jetzt kann die Meßwerterfassung auf den Wert $x_s - l_w$ gesetzt werden. Bezugspunkt ist jetzt der nächste Schnittpunkt des Werkstücks.

Dieser Vorgang muß zyklisch bei jedem Sägeschnitt wiederholt werden. Bei inkrementalen und absoluten Drehgebern wird jeweils anders verfahren.

- Inkrementale Drehgeber senden pro Umdrehung eine festgelegte Anzahl an Zählimpulsen. Diese Zählimpulse werden von dem Controller registriert und aufaddiert. Der aktuelle Zählerstand kann also leicht auf den neuen Stand gesetzt werden und von dort weitergezählt werden.
- Absolute Drehgeber (z.B. Winkelcodierer) liefern einen codierten Zahlenwert, der selbst bei Netzausfall nicht verloren geht. Soll hier ein neuer Bezugspunkt gesetzt werden, erreicht man dies durch Subtraktion eines festen Wertes.
Bei der folgenden Simulation wird von einem absoluten Geber ausgegangen.

Innerhalb eines Zyklusses werden die folgenden Schritte bei der Meßwerterfassung abgearbeitet.

1. Erreicht der Schlitten den Schnittpunkt x_S , wird die aktuelle, absolute Position x_{diff} zwischengespeichert.
1. Bis zum Winkel $\Phi_S+22,5^\circ$ muß noch Gleichlauf mit dem Werkstück herrschen. Der Bezugspunkt wird noch beibehalten.
1. Nach dem Erreichen dieses Winkels wird von der absoluten Position die oben zwischengespeicherte abgezogen und die Differenz x_S-l_W addiert.

$$x_{W,rel}(t) = x_{W,abs}(t) - x_{diff} + x_S - l_W \quad (50)$$

$x_{W,rel}(t)$ gibt die Position an, die sich auf den nächsten Schnittpunkt bezieht.

Bei richtiger Positionierung hat die Größe $x_{W,rel}(t)$ den folgenden Verlauf:

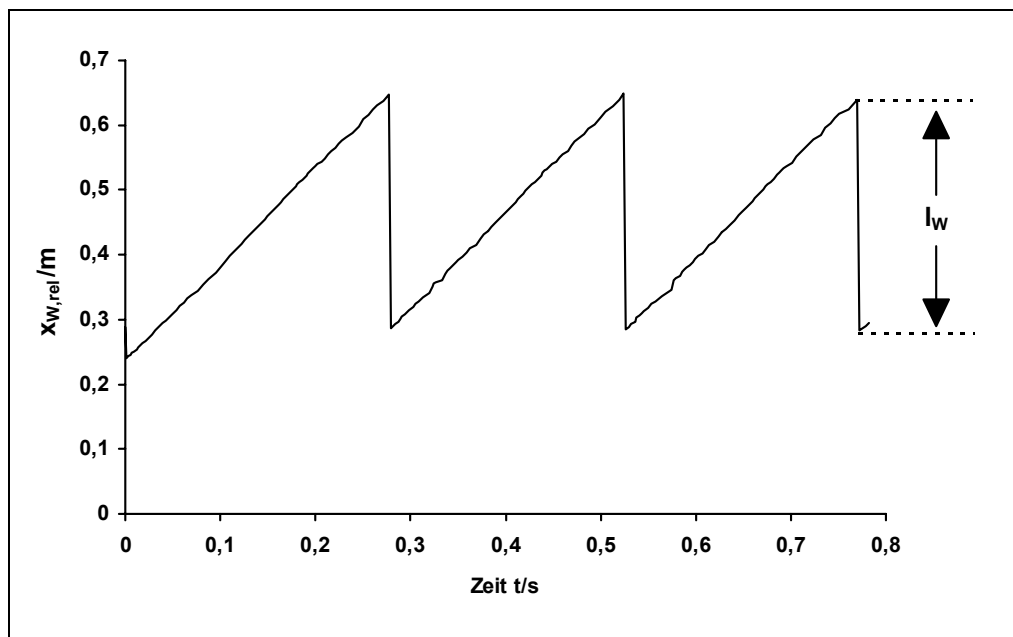


Abbildung 4-2: Verlauf der relativen Werkstückposition über der Zeit

Die Größe $x_{W,rel}(t)$ verläuft sägezahnförmig zwischen den Werten 0,29 m und 0,65 m. Die Stücke werden also in diesem Fall auf die Länge 0,36 m geschnitten. Zur Vereinfachung der Schreibweise wird die Größe $x_{W,rel}(t)$ im weiteren $x_W(t)$ genannt.

Bei der Arbeit mit dem Simulationsprogramm zeigte sich, daß in manchen Fällen trotz richtiger Eichung Unregelmäßigkeiten beim ersten Sägeschnitt auftreten.

Beim Start des Systems wird der Antrieb aus der Ruhestellung heraus beschleunigt. Durch die große Beschleunigung, die der Antrieb in diesem Fall gerade bei kurzen Werkstücklängen aufbringen muß, schwingt der Schlitten etwas über und in der Gleichlaufphase wird die Toleranz nicht ganz eingehalten.

Dies kann aber nur beim ersten Positionierzyklus geschehen. Für die weiteren Positioniervorgänge hat der Antrieb jetzt eine Grundgeschwindigkeit erreicht.

4.2 Die Meßwertaufbereitung des Folgeantriebs

Die Position des Schlittens wird indirekt über einen Drehgeber erfaßt, der an der Kurbel montiert ist. Auch hier gilt, daß der Drehgeber richtig geeicht sein muß. Die Winkelstellung $\Phi(t) = 0^\circ$ muß stimmen und eine Umdrehung muß 2π entsprechen. Dazu müssen je nach Drehgebertyp geeignete Vorfaktoren und Subtrahenden gewählt werden.

Dieser Winkel $\phi(t)$ wird mit Gleichung (10) in die Schlittenposition $x(t)$ umgerechnet. Hier gilt:

$$x(t) = 0,6\text{m} - 0,012\text{m} \cdot \sin^2 \Phi - 0,12\text{m} \cdot \cos \Phi \quad (51)$$

Diese Größe wird in die Position $x_2(t)$ umgerechnet, mit der dann die Regeldifferenz zur Werkstückposition $x_w(t)$ gebildet werden kann.

$$x_2(t) = \begin{cases} 2 x_0 - 2 x_u + x(t) & \text{für } \Phi_s + 22,5^\circ \leq \Phi(t) < 180^\circ \\ 2 x_0 - x(t) & \text{für } 180^\circ \leq \Phi(t) < 360^\circ \\ x(t) & \text{für } 0^\circ \leq \Phi(t) < \Phi_s + 22,5^\circ \end{cases} \quad (52)$$

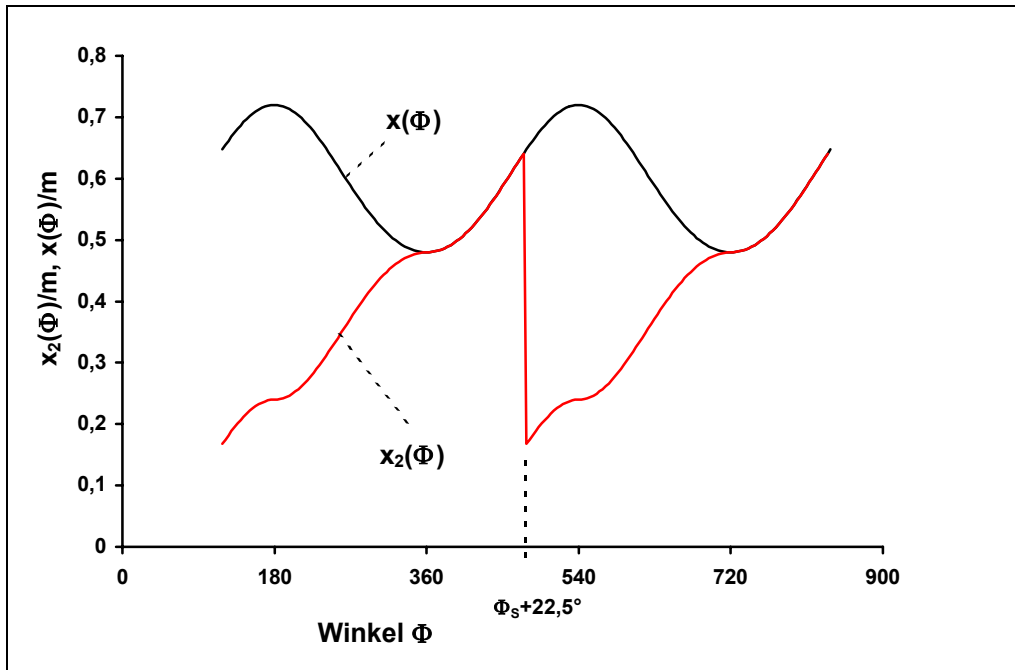


Abbildung 4-3: Die Größen $x_2(\Phi)$ und $x(\Phi)$ in Abhängigkeit von dem Winkel Φ

Abbildung 4-3 stellt den Zusammenhang zwischen dem Winkel $\Phi(t)$ und den resultierenden Meßgrößen $x_2(\Phi)$ und $x(\Phi)$ grafisch dar. Hier wird ersichtlich, daß die Funktion $x_2(\Phi)$ in großen Bereichen linear verläuft. Lediglich in den Intervallen um 180° und 360° treten größere Nichtlinearitäten auf.

Wird um den Arbeitspunkt Φ_s linearisiert, läßt sich die Meßwerterfassung durch ein P-Glied beschreiben. Linearisiert man Gleichung (7), so folgt:

$$x(t) = x_s + \frac{dx(t)}{dt}(\Phi_s) \cdot [\Phi(t) - \Phi_s]$$

mit Zahlenwerten und $\tilde{x}(t) = x(t) - x_s$, $\tilde{\Phi}(t) = \Phi(t) - \Phi_s$:

$$\tilde{x}(t) = K_L \cdot \tilde{\Phi}(t) = 0,1218 \text{ m} \cdot \tilde{\Phi}(t) \quad (53)$$

4.3 Die Realisierung im Programm Simulink

Das bisher erarbeitete Modell wird unter Simulink [11] realisiert, um dann im zweiten Schritt durch Simulation einen Regler zu entwerfen.

Abbildung 4-4 stellt das Grobmodell des Regelkreises dar.

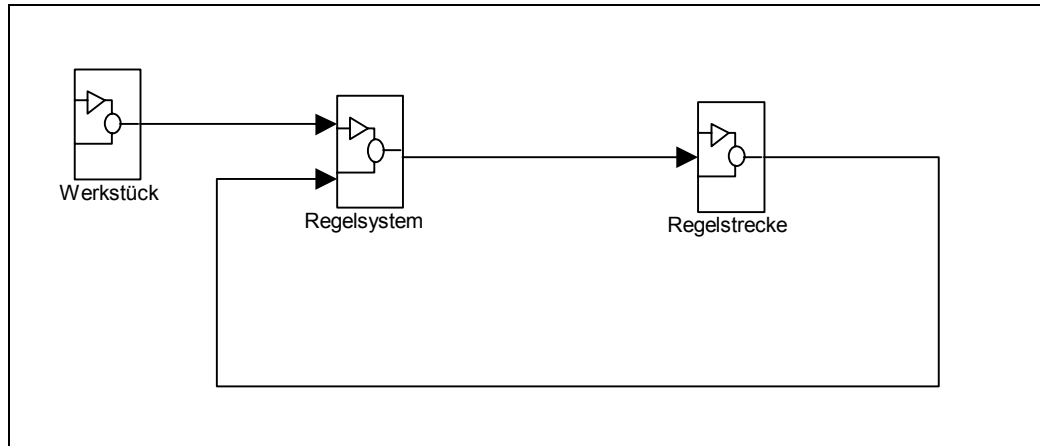


Abbildung 4-4: Modellierung des Regelkreises unter Simulink

Hinter den Blöcken „Werkstück“, „Regelsystem“ und „Regelstrecke“ verbergen sich weitere Modellierungsebenen, die in den folgenden Abschnitten beschrieben werden.

4.3.1 Modellierung des Werkstücks

Der Block „Werkstück“ soll die Bewegung des Werkstücks modellieren. Es bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 1,5 m/s vorwärts. Im Modell wird dies durch Integration der Konstanten 1,5 implementiert.

Aus der Beziehung (42) folgt, daß die Gleichlaufphase endet, wenn der Schlitten die Position $x(t) = 0,6475$ m erreicht hat. Der Anfangswert des Integrators wird auf die entsprechende Werkstückposition $0,6475$ m - l_w gesetzt.

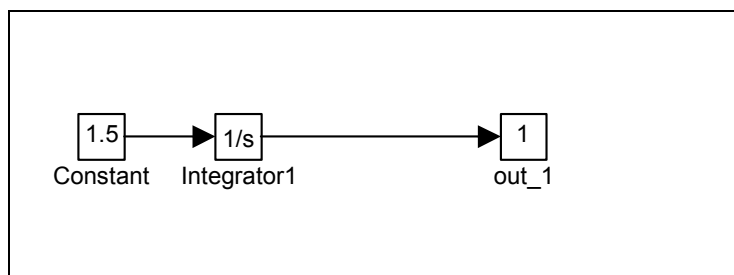


Abbildung 4-5: Modellierung der Werkstückbewegung unter Simulink

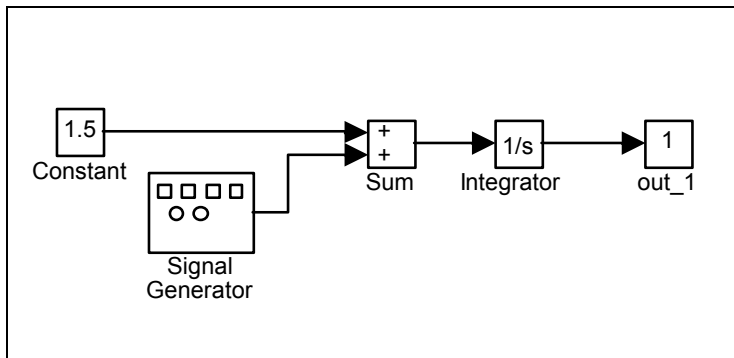


Abbildung 4-6: Modellierung der Werkstückbewegung mit Störung

Abbildung 4-6 zeigt die Modellierung der Werkstückbewegung mit schwankender Geschwindigkeit. Der Signalgenerator erzeugt ein sich zeitlich veränderndes Signal, das der Konstanten additiv überlagert wird.

Dieses Modell wird benutzt, um die Robustheit der Regler bei Parameteränderung zu überprüfen.

4.3.2 Modellierung der Regelstrecke

Die Regelstrecke besteht aus den Elementen Frequenzumrichter, Motor, Getriebe und Kurbelgetriebe.

- Der **Frequenzumrichter** hat eine Eingangsspannung von 0-10 V. Dies wird durch den ersten Block „Limit“ berücksichtigt. Dieser Block ist ein Sättigungsglied, das die Werte auf das Intervall $[0,10]$ begrenzt.
- Der **Motor** wird durch ein VZ1-Glied mit der Verzögerungszeit $T = 2 \text{ ms}$ und der Verstärkung $K_{\text{SU}} = 36,65 \frac{1}{\text{Vs}}$ modelliert.

$$G_{\text{VZ1}} = \frac{36,65 \frac{1}{\text{Vs}}}{1 + 0,002 \text{ ms} \cdot \text{S}}$$

Laut Datenblatt ist der Motor in der Lage seine Nenndrehzahl 3000 U/min in maximal 71 ms zu erreichen. Dies entspricht einer maximalen Beschleunigung von

$$\alpha_{\text{max}} = \frac{3000 \cdot 2 \cdot \pi \text{ [rad]}}{60 \cdot 0,071 \text{ s}^2} = 4424,78 \frac{\text{[rad]}}{\text{s}^2}$$

Im Modell wird die Begrenzung der Beschleunigung durch den „Rate Limiter“ berücksichtigt.

- Das **Getriebe** wird durch ein Proportionalglied mit dem Verstärkungsfaktor

$$K_{\text{G}} = \frac{1}{6,648} = 0,1504$$

modelliert.

- Die **Kurbel** setzt die Kreisfrequenz in einen Winkel um. Sie wird durch einen Integrator implementiert.

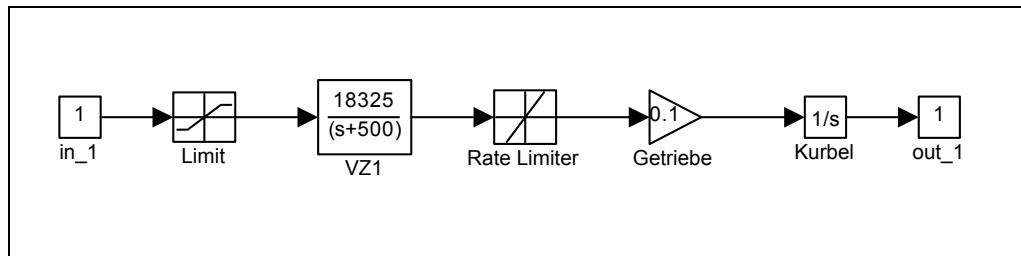


Abbildung 4-7: Modellierung der Regelstrecke unter Simulink

4.4 Anforderungen an den Regler

Im folgenden werden die Kriterien aufgelistet, nach denen die Qualität des Reglers beurteilt werden soll:

- Der Sägeschlitten sollte an der Position $x(t) = 0,5544$ m Gleichlauf erzielt haben und diesen bis zur Position $x(t) = 0,6475$ m halten. Dies folgt aus dem Zusammenhang (42).
- Während des Gleichlaufs darf die Regelabweichung höchstens 0,8 mm betragen. Der Regler muß also stabil arbeiten und darf nicht schwingen.
- Die gefundene Reglereinstellung muß für verschiedene Schnittlängen l_w des Werkstücks funktionieren. Es sollen Werkstücklängen zwischen 0,36 m und 0,5 m geschnitten werden.
- Der Regler soll robust gegenüber Schwankungen der Werkstückgeschwindigkeit sein. Die Änderung der Werkstückgeschwindigkeit soll dabei maximal 5% betragen.
- Die Einstellung der Reglerparameter sollte möglichst einfach vorgenommen werden können. Bei einer Inbetriebnahme „vor Ort“ sollte der Techniker in der Lage sein, den Regler mit geringem Aufwand an die Strecke anzupassen.

Bei der Simulation der verschiedenen Reglerkonzepte wird in folgenden Schritten verfahren:

1. Die Reglerparameter werden zunächst für die kritische Schnittlänge $l_w = 0,36$ m optimiert.
1. Der optimierte Regler wird auf die Werkstücklängen $l_w = 0,36$ m, $l_w = 0,40$ m, $l_w = 0,42$ m, $l_w = 0,46$ m und $l_w = 0,50$ m angewendet. Treten dabei noch Toleranzen auf, werden die Parameter -wenn möglich- weiter optimiert.
1. Die Regelung wird über eine längere Zeit simuliert, um zu prüfen, ob der Regler über mehrere Positionierzyklen stabil arbeitet.
1. Die Geschwindigkeit des Werkstücks wird durch den Funktionsgenerator gestört. Es wird dabei wieder das Verhalten des Reglers mit verschiedenen Werkstücklängen untersucht. Ggf. werden die Parameter weiter optimiert. Dies ist aber in den meisten Fällen nicht mehr möglich.

In den nachfolgenden Ausführungen werden für jeden Reglertyp die Ergebnisse des oben benannten Optimierungsverfahren beschrieben. Dabei wird nur Bezug auf die Werkstücklängen $l_w = 0,36$ m und $l_w = 0,5$ m genommen, um die Darstellung nicht zu überfrachten.

4.5 Der Entwurf eines PID-Reglers

Die meisten heute in der Industrie eingesetzten Reglertypen sind Standardregler, deren Übertragungsverhalten sich auf die drei linearen, idealisierten Grundformen des Proportional-, Integrier- und Differenzier-Gliedes zurückführen läßt. Als der wichtigste Standardregler wird deshalb im industriellen Bereich der PID-Regler verwendet.

Die prinzipielle Wirkungsweise läßt sich anschaulich durch die Parallelschaltung je eines P-, I- und D-Gliedes erklären.

Aus dieser Darstellung folgt die Übertragungsfunktion des PID-Reglers:

$$G_R(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D \cdot s$$

Die Faktoren K_I , K_D und K_P sind in bestimmten Wertebereichen einstellbar. Durch geeignete Wahl dieser Einstellwerte läßt sich der Regler dem Verhalten der Regelstrecke so anpassen, daß ein möglichst günstiges Regelverhalten entsteht.

Dabei können die folgenden Eigenschaften beeinflusst werden:

P-Regler neigen zum Überschwingen und haben eine relativ große Ausregelzeit. Hat die Strecke kein I-Verhalten bleibt eine Regelabweichung.

I-Regler sind langsamer, sind aber in der Lage stationär genau zu regeln.

PD-Regler reagieren durch den D-Anteil schnell. Die Ausregelzeit ist gering. Allerdings bleibt auch hier eine Regelabweichung. Dieser Reglertyp ist sehr empfindlich und neigt zum Schwingen. Außerdem ist es in der Praxis nicht möglich einen idealen D-Anteil zu realisieren.

In diesem Kapitel soll geprüft werden, ob sich durch einen geeigneten PID-Regler das gewünschte Regelverhalten erreichen läßt.

4.5.1 Vorüberlegungen

Mit einem PID-Regler hat der offene Regelkreis folgende Übertragungsfunktion (unter Berücksichtigung der Linearisierung (53)):

$$G_o(s) = \left[K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \right] \frac{K_{SU}}{1 + T_V s} \cdot \frac{1}{i} \cdot \frac{1}{s} \cdot K_L$$

$$G_o(s) = K_o \frac{1}{s^2} \frac{K'_I + K'_p s + s^2}{(K'_V + s)} \quad (54)$$

mit den Konstanten:

$$K_o = \frac{K_{SU} \cdot K_L}{i \cdot T_V} K_D = 335,755 \frac{\text{m}}{\text{Vs}^2} \cdot K_D$$

$$K'_I = \frac{K_I}{K_D}$$

$$K'_p = \frac{K_p}{K_D}$$

$$K'_V = \frac{1}{T_V} = 500 \frac{1}{\text{s}}$$

Forderungen an den Regler sind, daß er schnell ist und eine ausreichende Regelgenauigkeit bringt.

- Aus der Forderung nach „Schnelligkeit“ ergibt sich, daß der Regler einen D-Anteil haben sollte. Dieser kann im Bereich der Nichtlinearitäten (im Intervall um $\Phi(t) \approx 180^\circ$ bzw. $\Phi(t) \approx 360^\circ$) aber zu Schwingungen führen. Hier muß in der Simulation geprüft werden, ob der D-Anteil sinnvoll ist.

- Aus der Forderung nach Regelgenauigkeit folgt ein I-Anteil.

Die Eingangsgröße des Regelkreises ist die Summe aus einer Sprungfunktion und einer Rampenfunktion.

$$W(s) = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s^2} = \frac{k_1 \cdot s + k_2}{s^2}$$

Der offene Regelkreis hat nach Gleichung (54) verzögertes I^2 -Verhalten, so daß die bleibende Regelabweichung bei einer rampenförmigen Eingangsgröße gegen Null strebt [7].

4.5.2 Modellierung des Reglers

Das Regelungssystem beinhaltet die Meßwertaufbereitung und den eigentlichen Regler. Abbildung 4-8 zeigt die Realisierung im Modell mit einem PID-Regler.

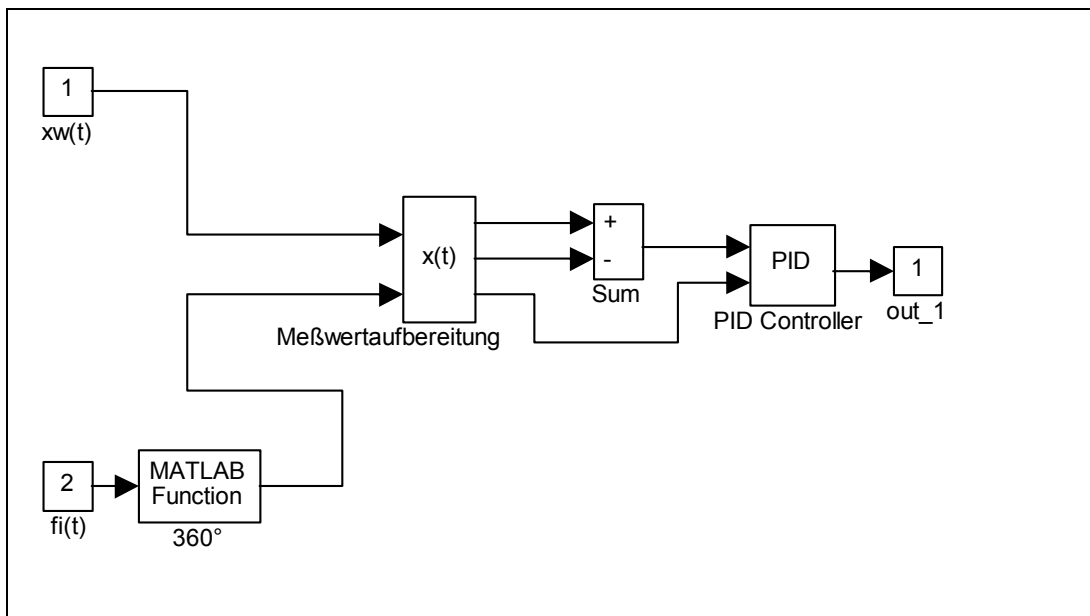


Abbildung 4-8: Modellierung des Regelungssystems unter Simulink

Eingangsgrößen sind die Werkstückposition $x_w(t)$ und der Kurbelwinkel $\Phi(t)$. Der Winkel $\Phi(t)$ ist eine kontinuierlich steigende Größe und wird zunächst auf den Wertebereich $[0, 2\pi]$ abgebildet. Dazu wurde der Block „360°“ eingefügt. Hinter diesem Block verbirgt sich die Funktion:

$$\Phi_{\text{aus}} = \Phi_{\text{ein}} - 2\pi \cdot \text{int} \left[\frac{\Phi_{\text{ein}}}{2\pi} \right]$$

Wobei die $\text{int}[\]$ -Funktion den ganzzahligen Teil einer reellen Zahl bildet, also den Nachkommateil abschneidet.

Hinter dem Block „Meßwertaufbereitung“ verbirgt sich ein MATLAB-Programm (S-Function) mit den folgenden Aufgaben:

- Der Winkel $\Phi(t)$ wird mit Gleichung (7) in die Schlittenposition $x(t)$ und im zweiten Schritt mit Gleichung (52) in die Position $x_2(t)$ umgerechnet.
- Erreicht der Schlitten die Schnittposition, wird der aktuelle Wert von $x_w(t)$ zwischengespeichert.
- Erreicht $\Phi(t)$ den Winkel $\Phi_S+22,5^\circ$ werden $x(t)$ und $x_w(t)$ auf die neue Schnittposition gesetzt ($\tilde{x}_2(t)$ und $\tilde{x}_w(t)$). Außerdem wird ein Löschesignal für den Integrator des PID-Reglers erzeugt, so daß er zu Beginn eines jeden Zyklus den Anfangswert Null hat. Setzt man den Integrator nicht zurück, arbeitet der Regler nach mehreren Zyklen nicht mehr genau.

Ausgangsgrößen des Blocks „Meßwerterfassung“ sind das Löschesignal, $\tilde{x}_2(t)$ und $\tilde{x}_w(t)$. Der genaue Aufbau der S-Function wird im Anhang beschrieben.

Aus den Größen $\tilde{x}_2(t)$ und $\tilde{x}_w(t)$ wird die Regelabweichung gebildet und dem PID-Regler zugeführt.

Zur Einstellung der PID-Parameter bei der Simulation unter Simulink lassen sich die Grundüberlegungen aus dem Kapitel „Vorüberlegungen“ heranziehen. Die linearisierte Gleichung (54) des offenen Regelkreises ist aber nicht zur Ermittlung und Optimierung der Parameter K_I , K_P und K_D geeignet. Zum Beispiel liefert das Verfahren zur Optimierung nach der quadratischen Regelfläche [7] Ergebnisse, die sich bei der Simulation nicht bewähren.

Das hat im wesentlichen die folgenden Gründe:

- Die Nichtlinearität im Bereich von 180° bzw. 360° hat einen bedeutenden Einfluß auf die Parameter des PID-Reglers.
- Der „Rate-Limiter“ wurde in der Gleichung des offenen Regelkreises nicht berücksichtigt.
- Die Begrenzung der Stellgröße auf das Intervall [0V, 10V] beeinflusst K_I , K_P und K_D ebenfalls.

Eine heuristische und experimentelle Vorgehensweise zeigt, daß es nicht möglich ist, einen PID-Regler zu entwerfen, der zufriedenstellende Ergebnisse erzielt. So wurden z.B. für eine Werkstücklänge $l_w = 0,36 \text{ m}$ die „optimalen“ Parameter

$$K_P = 250 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$K_I = 230 \frac{\text{V}}{\text{ms}}$$

$$K_D = 0 \frac{\text{Vs}}{\text{m}}$$

gefunden.

Beim Experimentieren mit verschiedenen Reglereinstellungen zeigt sich, daß ein Regler mit D-Anteil nicht geeignet ist, da er sehr zum Schwingen neigt.

Die Schnelligkeit des PI-Reglers reicht zwar aus, um innerhalb eines Zyklusses Gleichlauf zu erzielen. Dieser wird aber viel zu spät erreicht. Es ist daher nicht möglich mit diesem Regler vernünftige Sägeschnitte durchzuführen.

Abbildung 4-9 zeigt den Verlauf der Werkstückposition $x_w(t)$ und der umgerechneten Schlittenposition $x_2(t)$ über zwei Regelzyklen. Der erste Zyklus stellt den Verlauf für eine Werkstücklänge von 0,36 m dar, der zweite den Verlauf für eine Länge von 0,5 m. Bei Änderung der Werkstücklänge erreicht der Regler den Gleichlauf nicht mehr. Die Parameter K_I und K_P müssen neu eingestellt werden.

Abbildung 4-10 stellt den zeitlichen Verlauf der Stellgröße dar. Sie nimmt auch Werte an, die größer als 10 V sind. Diese Werte werden durch das „Limit“-Glied in der Regelstrecke abgeschnitten.

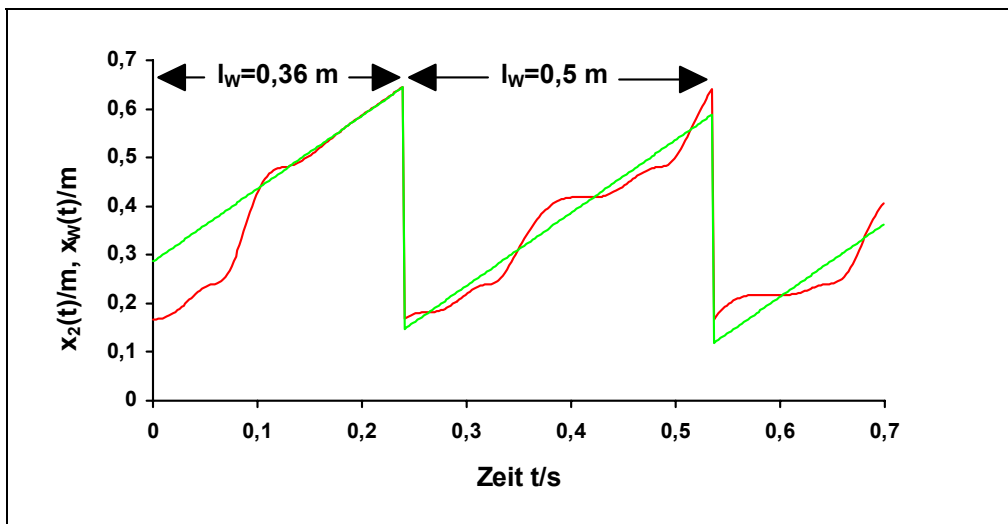


Abbildung 4-9: Zeitlicher Verlauf der Werkstückposition und der Schlittenposition

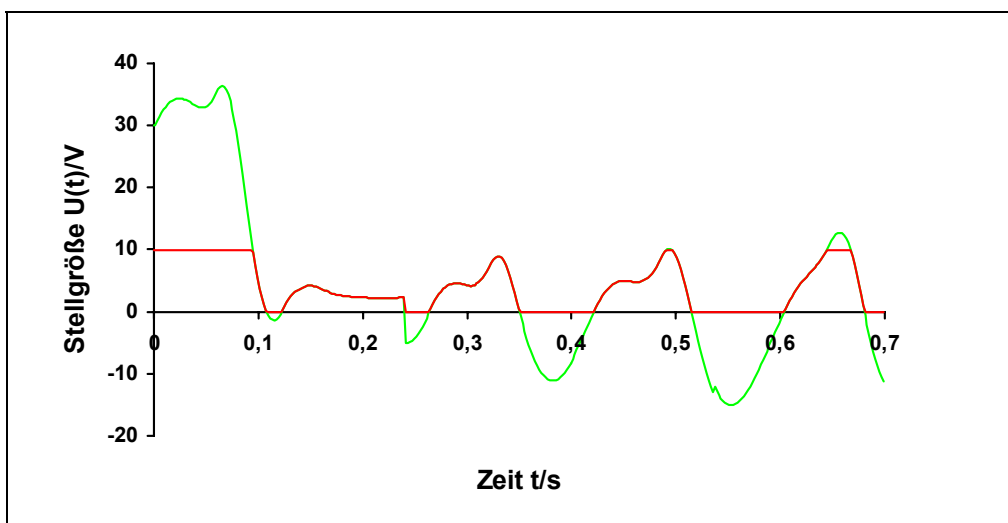


Abbildung 4-10: Zeitlicher Verlauf der Stellgröße

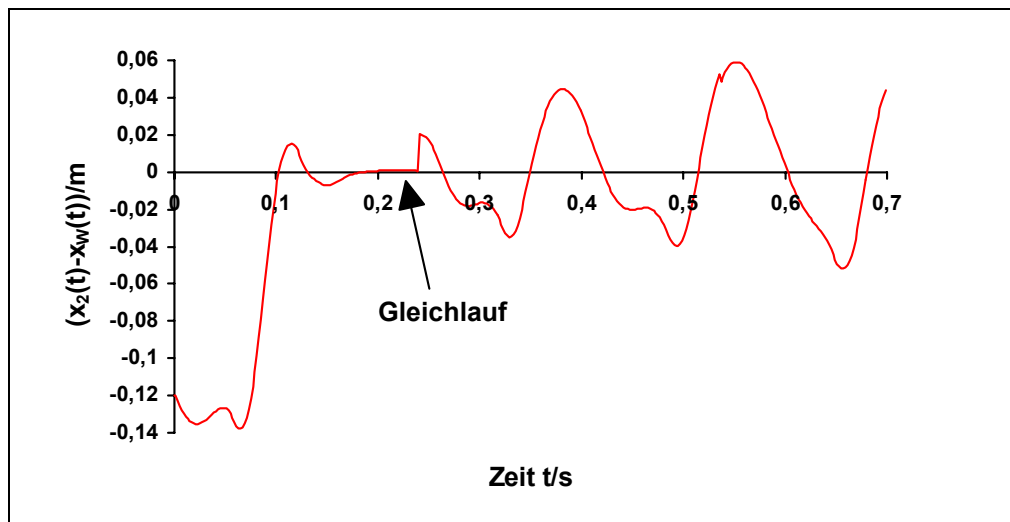


Abbildung 4-11: Zeitlicher Verlauf der Regelabweichung

Abbildung 4-11 zeigt die Regelabweichung. Hier wird deutlich, daß im ersten Zyklus zwar Gleichlauf erzielt wird, dies geschieht aber zu spät.

Nach der Simulation des PID-Reglers lassen sich die folgenden Ergebnisse festhalten:

- Durch einen D-Anteil wird der Regler zu empfindlich und neigt zum Schwingen. Der PI-Regler ist aber nicht schnell genug, um rechtzeitig Gleichlauf zu erreichen.
- Dieser Regler ist gegenüber einer Änderung der Werkstücklänge nicht robust. Für jede Werkstücklänge müßten andere Reglerparameter gefunden werden.
- Die Nichtlinearitäten beeinflussen den Positioniervorgang nachhaltig. Um im nichtlinearen Bereich Gleichlauf beizubehalten, müßten sich die PID-Parameter hier ändern.
- Nur ein PID-Regler, dessen Integrator zu Beginn eines jeden Zyklusses zurückgesetzt wird, arbeitet über mehrere Zyklen einwandfrei.

Der reine PID-Regler ist für diese Problemstellung nicht geeignet. Die obigen Überlegungen lassen aber den Schluß zu, einen Fuzzy-Regler auf diese Problemstellung anzuwenden.

4.6 Der Entwurf eines Fuzzy-Reglers

Die Fuzzy-Logik wurde im Jahre 1965 von Prof. Lofti Askar Zadeh entwickelt. Mit ihr können nicht exakte und unvollständige Datensätze, wie sie in der realen Welt oft auftreten, z.B. Sprache, Bilder und subjektive Beschreibungen mathematisch beschrieben und verarbeitet werden.

Durch diese Mengentheorie ist man in der Lage Modelle zur mathematischen Beschreibung von linguistisch erfaßten Erfahrungen über Prozesse zu entwickeln. So ist es in diesem speziellen Fall z.B. nicht nötig genaue mathematische Kenntnisse über Eigenschaften des Pleuelgetriebes zu entwickeln. Es reichen Informationen aus der Erfahrung und Anschauung aus, um einfache Regeln für den Fuzzy-Regler zu definieren.

Im Anhang wird eine kurze Einführung in die Grundlagen der Fuzzy-Logik gegeben.

4.6.1 Die Regeln für den Fuzzy-Regler

Beim Entwurf des Fuzzy-Reglers soll die Nichtlinearität berücksichtigt werden.

Wenn die Kurbel den Winkelbereich um 180° oder um 360° erreicht, bleibt der Schlitten für einen kurzen Augenblick stehen. Er wird vom Werkstück überholt und muß versuchen es wieder einzuholen. Es wäre also günstig, wenn die Kurbel vor dem Eintritt in den nichtlinearen Bereich schneller laufen würde, um sich einen Vorsprung zu verschaffen. Es werden die folgenden Regeln aufgestellt:

- Wenn die Regeldifferenz Null ist, soll die Kurbel mit der Schnittdrehzahl ω_s drehen.
- Ist die Regeldifferenz größer als Null (Schlitten ist hinter dem Werkstück), soll schneller als ω_s gedreht werden.
- Ist die Regeldifferenz kleiner als Null (Schlitten ist vor dem Werkstück), soll langsamer als ω_s gedreht werden.
- Befindet sich der Schlitten im Rücklauf (Winkelbereich 180° - 360°), soll er dem Werkstück etwas voreilen (größere Stellgröße).
- Wenn die Kurbel in den nichtlinearen Bereich kommt, soll sie schneller drehen, als im entsprechenden linearen Bereich.

4.6.2 Die Fuzzy-Sets

Der Regler hat zwei Eingangsgrößen (Kurbelwinkel und Regeldifferenz) und eine Ausgangsgröße (Stellgröße). In den folgenden Abbildungen werden die Definitionen der entsprechenden Fuzzy-Sets gezeigt. Dabei werden die folgenden linguistischen Variablen zugeordnet:

- L1: linearer Bereich (Schlitten kurz vor dem Sägeschnitt)
- L2: linearer Bereich (Sägeschnitt wurde gerade abgeschlossen)
- L3: linearer Bereich (Schlitten im Rücklauf)
- NL1: nichtlinearer Bereich (Nichtlinearität um 360° bzw. 0°)
- NL2: nichtlinearer Bereich (Nichtlinearität um 180°)
- NL3: nichtlinearer Bereich (Nichtlinearität um 360° bzw. 0°)

- NG: negativ groß
- NK: negativ klein
- Z: null
- PK: positiv klein
- PM: positiv mittel
- PG: positiv groß
- PGG: positiv sehr groß

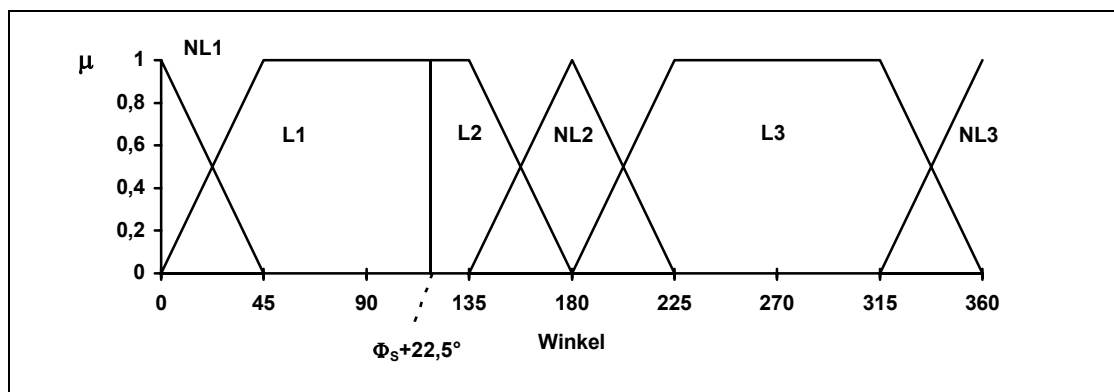


Abbildung 4-12: Fuzzy-Sets für die nichtlinearen Bereiche

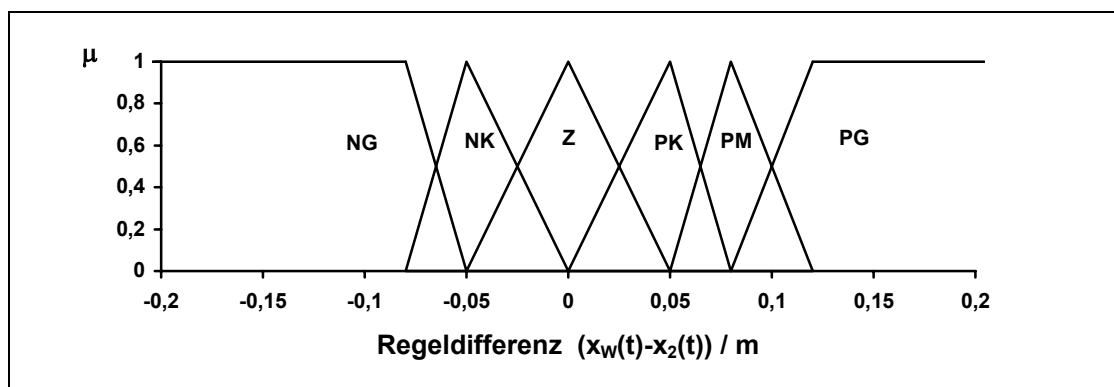


Abbildung 4-13: Fuzzy-Sets für die Regeldifferenz

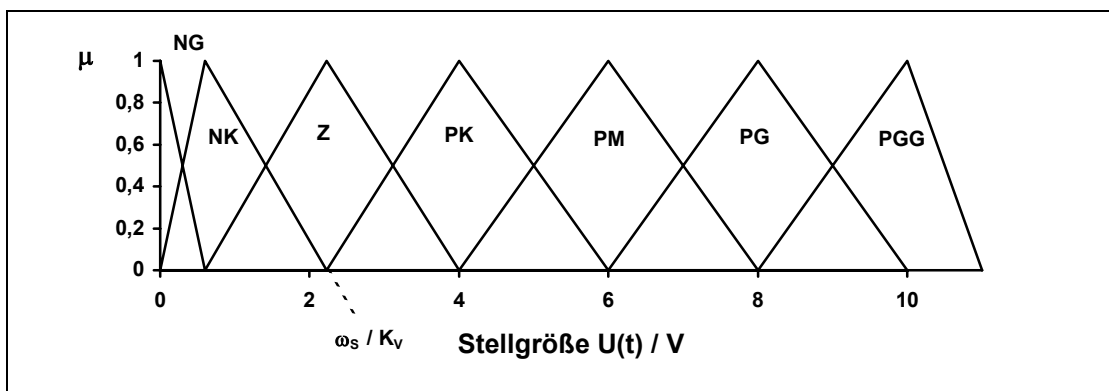


Abbildung 4-14: Fuzzy-Sets für die Stellgröße

Faßt man die Regeln in einer Zuordnungstabelle zusammen, dann ergibt sich der folgende Zusammenhang:

	NL1	L1	L2	NL2	L3	NL3
NG	NK	NG	NG	NK	NK	NK
NK	Z	NK	NK	Z	Z	Z
Z	PM	Z	Z	PK	PM	PM
PK	PM	PM	PK	PM	PM	PM
PM	PG	PM	PM	PG	PM	PG
PG	PGG	PG	PG	PGG	PG	PGG

In der ersten Zeile ist die Linearität eingetragen, in der ersten Spalte die Regeldifferenz. Im nichtschraffierten Bereich kann die Stellgröße abgelesen werden.

4.6.3 Die Realisierung unter Simulink

Abbildung 4-15 zeigt die Reglerstruktur, die unter Simulink implementiert wurde. Die Meßwertaufbereitung hat sich gegenüber der des PID-Reglers nur insofern geändert, daß sie kein Löschsinal mehr erzeugt. Dem Fuzzy-Regler wird die Regeldifferenz $x_w(t)-x_2(t)$ und der Kurbelwinkel $\Phi(t)$ zugeführt.

Abbildung 4-16 stellt die innere Struktur des Blocks „Fuzzy-Regler“ dar. Der eigentliche Regler besteht aus einer zweidimensionalen Matrix (Schaltfläche), die über die Regeldifferenz und den Drehwinkel indiziert wird. Aus der Matrix wird die entsprechende Stellgröße entnommen. Wird auf Zwischenwerte der Matrix zugegriffen, so werden die Werte interpoliert.

Die Schaltfläche wird mit Hilfe eines separaten MATLAB-Programms [5] aus den Fuzzy-Sets und den Regeln errechnet. Durch diese Methode erhält man einen schnellen Regler für den eigentlichen Simulationslauf. Diese Realisierung wird im Anhang kurz beschrieben.

Die Regeldifferenz wird dem „2D-Look-Up Table“ über einen Verstärker zugeführt. Über die Verstärkung K_d kann so die Regeldifferenz zusätzlich gewichtet werden. Die erzeugte Stellgröße kann über einen weiteren Verstärker K_U ebenfalls beeinflusst werden.

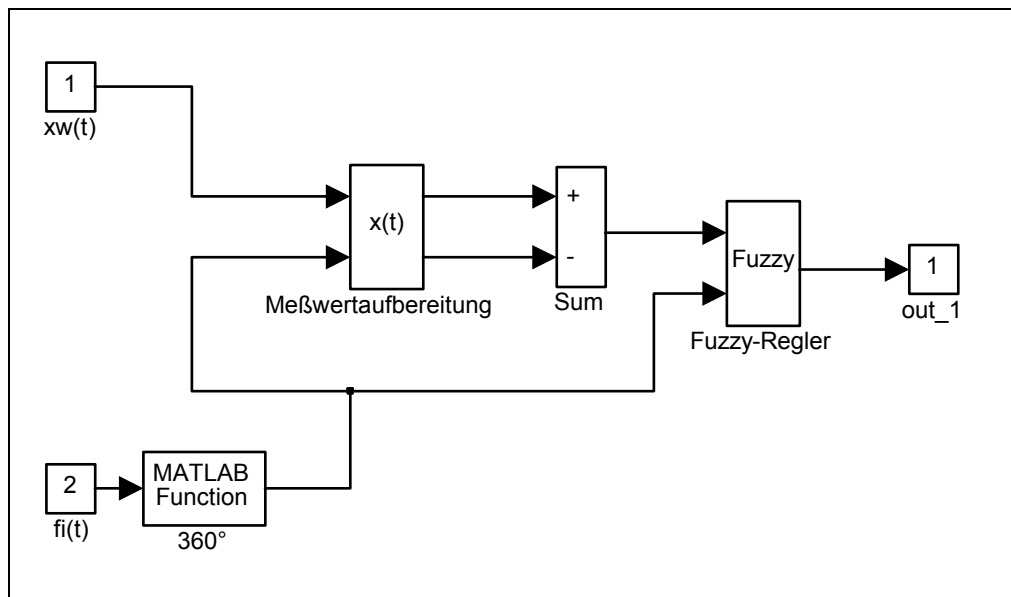


Abbildung 4-15: Reglerstruktur unter Simulink

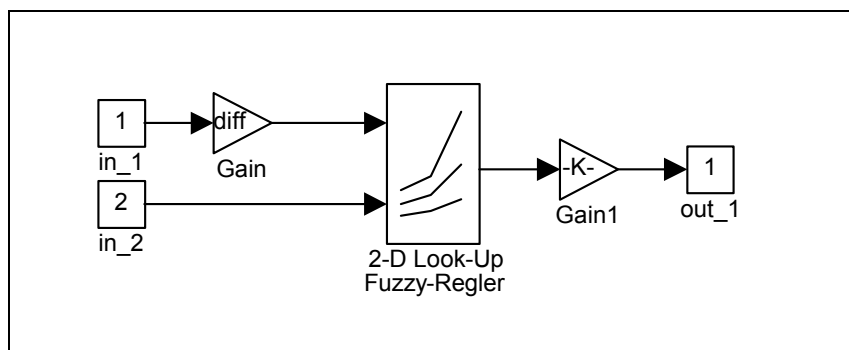


Abbildung 4-16: Der Fuzzy-Block

4.6.4 Ergebnisse der Regelung

Für Fuzzy-Regler existieren keine geschlossenen, mathematischen Optimierungsverfahren. Daher gestaltet sich die Einstellung und Optimierung der Fuzzy-Parameter schwierig. Allein für die Definition der Fuzzy-Sets gibt es ein großes Spektrum an Variationen. Das „Herumspielen“ mit vielen Einstellungen wird durch eine lange Rechenzeit für einen Simulationszyklus inklusive Berechnung der Schaltfläche (ca. 8 min) zu einer zeitintensiven Prozedur.

In den folgenden Abbildungen sind die Ergebnisse eines optimierten Reglers dargestellt. Die Fuzzy-Sets und Regeln entstammen den vorhergehenden Kapiteln. Für die Verstärkungsfaktoren der Regeldifferenz und der Stellgröße wurden die folgenden Werte gefunden:

$$K_d = 2,75$$

$$K_U = 1$$

Abbildung 4-15 und Abbildung 4-19 zeigen, daß sowohl für eine Werkstücklänge von 0,36 m als auch für 0,5 m Gleichlauf erzielt wird. Der einmal optimierte Fuzzy-Regler ist also für verschiedene Schnittlängen geeignet.

Die Nichtlinearität bei 360° (Pfeile) wird wesentlich besser ausgeregelt, als mit einem PI-Regler. Der Schlitten eilt dem Werkstück zunächst etwas voraus und erreicht nach dem hinteren Umkehrpunkt relativ schnell den Gleichlauf. Das Konzept des Fuzzy-Reglers ist demnach gut geeignet.

Die Stellgröße in Abbildung 4-16 läuft dabei nicht an die Grenze von 10 V. Dem Fuzzy-Regler gelingt es im Vergleich zum PI-Regler mit relativ wenig Stellenergie zu regeln. Das kommt besonders der Lebensdauer des Antriebs zugute.

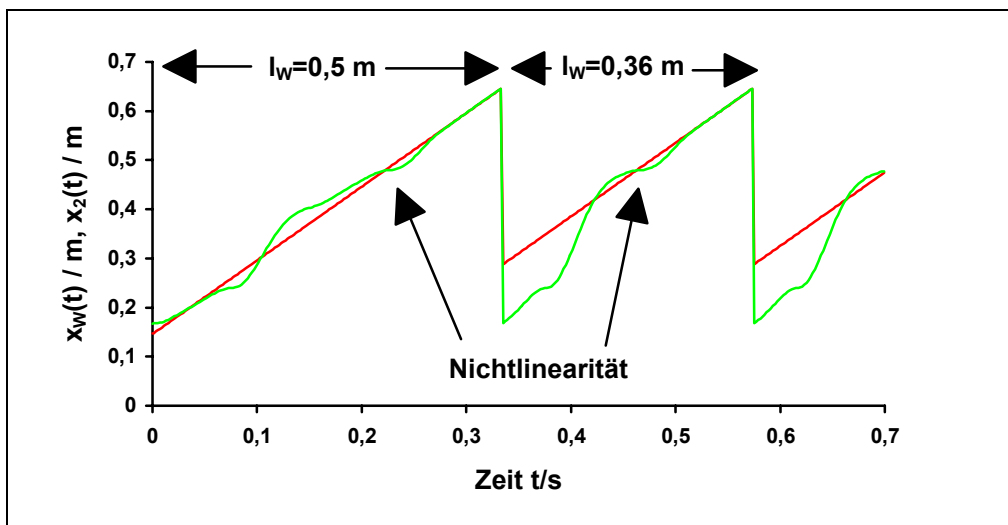


Abbildung 4-17: Verlauf der Schlittenposition und der Werkstückposition

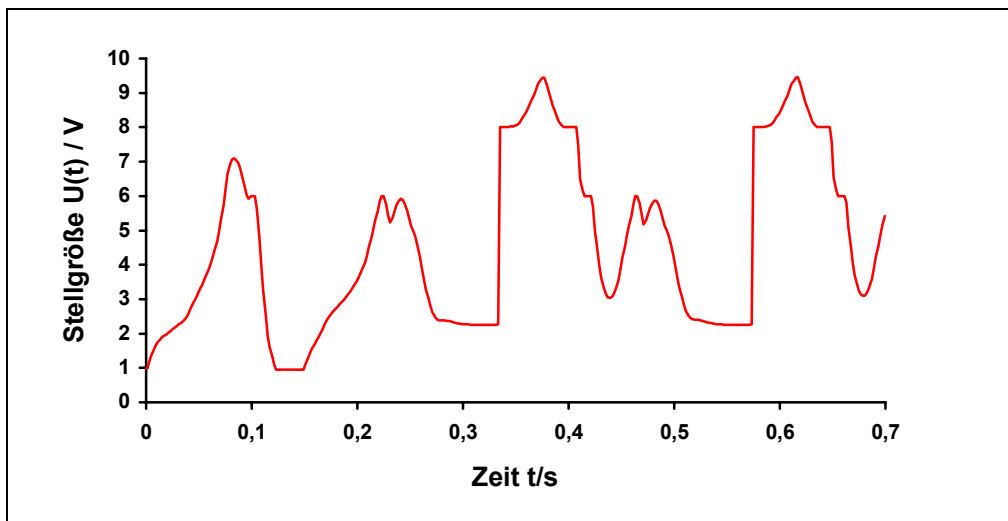


Abbildung 4-18: Verlauf der Stellgröße

In Abbildung 4-20 wird der Verlauf der Regelabweichung über der Schlittenposition aufgetragen. Eine Kurve wurde für die Werkstücklänge $l_w = 0,36$ m aufgenommen die andere für $l_w = 0,5$ m. Dabei wurde nur der Bereich erfaßt, in dem Gleichlauf herrschen sollte. Die gestrichelte Linie gibt den Toleranzbereich an, den die Regelabweichung nicht überschreiten darf.

Wie sich zeigt, bleibt die Regeldifferenz allerdings erst ab der Schlittenposition $x(t) \approx 0,555$ m im Toleranzbereich. Gefordert war, daß ab der Position $x(t) = 0,5544$ m Gleichlauf herrscht. Diese Abweichung ist aber noch zuträglich, da das Gleichlaufintervall $[0,5544$ m; $0,6475$ m] großzügig dimensioniert worden ist.

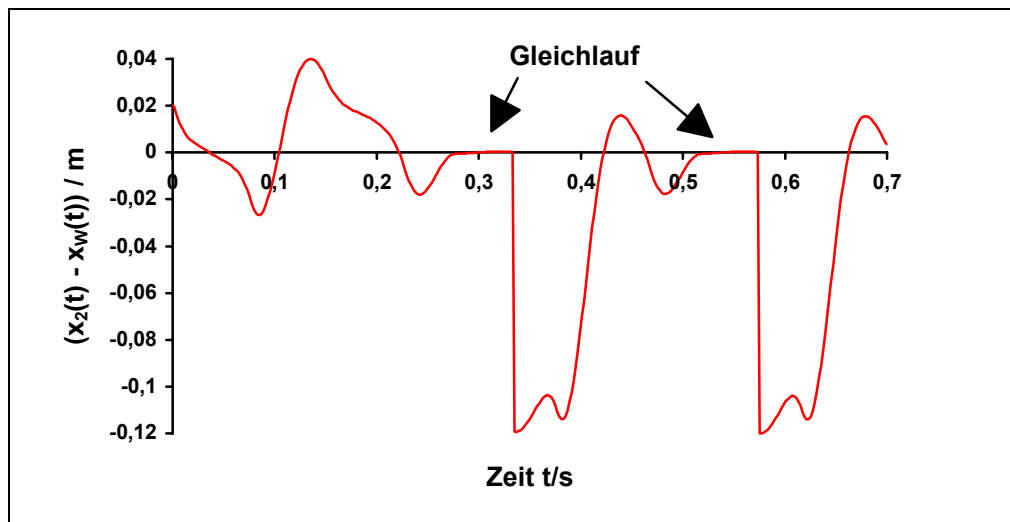


Abbildung 4-19: Verlauf der Regeldifferenz über der Zeit

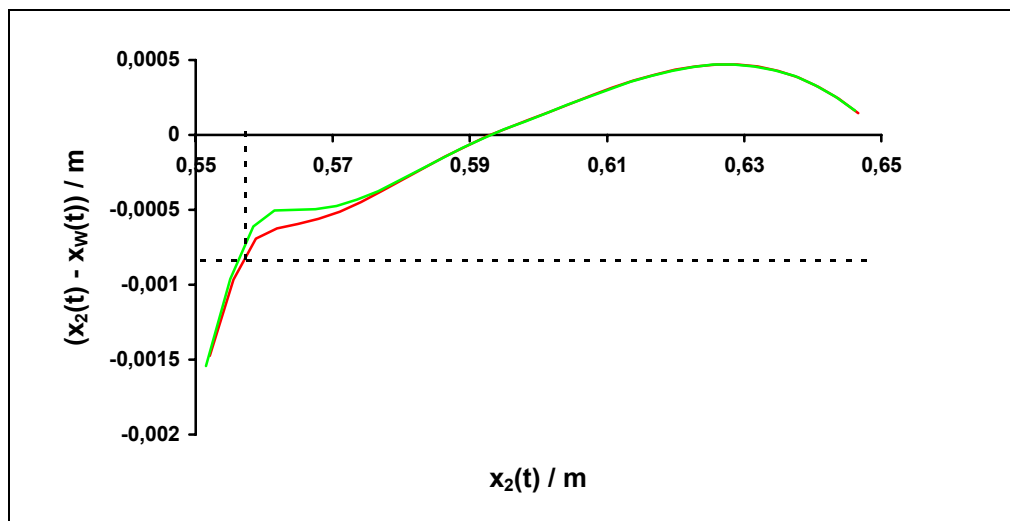


Abbildung 4-20: Die Regeldifferenz über der Schlittenposition aufgetragen

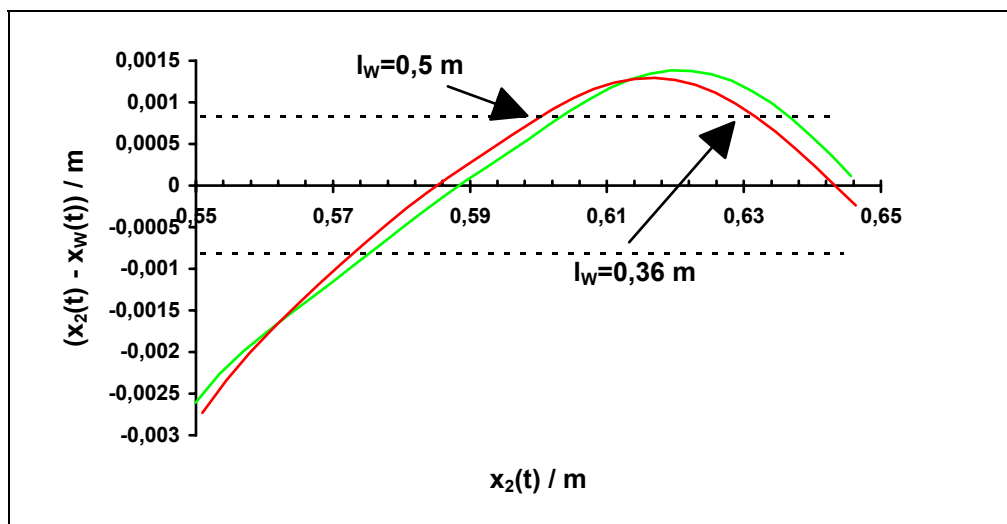


Abbildung 4-21: Die Regeldifferenz bei schwankender Werkstückgeschwindigkeit über der Schlittenposition aufgetragen

Bei Schwankungen der Werkstückgeschwindigkeit um 5 % arbeitet der Regler weiter stabil und erreicht Gleichlauf. Die Regelabweichung bleibt allerdings nicht im Toleranzbereich von $\pm 0,8$ mm. Dies wird in Abbildung 4-21 gezeigt.

Führt man die Simulation für 2 %-tige Schwankungen durch, die in der Praxis realistischer sind, werden die Toleranzen eingehalten.

Ergebnisse der Simulation mit einem Fuzzy-Regler sind:

- Dieser Regler erreicht den Gleichlauf an der Position $x(t) = 0,555$ m.
- Die Nichtlinearität wirkt sich nicht mehr so stark auf den Positionierverlauf aus.
- Dieser Regler ist gegenüber Änderungen der Werkstücklänge robust.
- Der Regler erreicht bei Variation der Werkstückgeschwindigkeit von 5 % Gleichlauf, bleibt aber nicht im Toleranzintervall.

Insgesamt ist der Fuzzy-Regler sehr viel besser geeignet als der PI-Regler, da beim Reglerentwurf die Nichtlinearität direkt berücksichtigt worden ist. Er zeichnet sich auch durch eine große Robustheit aus.

Zur Laufzeit ist er sehr schnell, weil der eigentliche Regelvorgang aus einem Zugriff auf eine zweidimensionale Matrix besteht. Das Errechnen der Schaltfläche vor dem Beginn der Regelung braucht allerdings Zeit.

Zu bedenken ist, daß sich die Optimierung des Reglers schwierig gestaltet. Es gibt sehr viele Parameter und Regeln, die man variieren kann. Es ist also nicht so einfach möglich „vor Ort schnell ein paar Parameter anzupassen“. Die Parameter, die leicht geändert werden können, sind K_d und K_U .

4.7 Der Entwurf eines PID-Reglers mit Drehzahlvorsteuerung

Verbesserungswürdig an dem bisher angewendeten PID-Regler sind die nachfolgenden Punkte:

- Bei der Regeldifferenz Null muß die Kurbel mit der Winkelgeschwindigkeit ω_S drehen, um Gleichlauf beizubehalten. Der P-Anteil erzeugt bei der Regeldifferenz Null aber eine Stellgröße von Null.
- Der Regler reagiert zu spät auf das kurze Anhalten des Schlittens im nichtlinearen Bereich. Erst wenn die Regeldifferenz groß ist, wird wirksam gegengeregelt.

Abhilfe kann hier eine Drehzahlvorsteuerung schaffen, die abhängig von der Geschwindigkeit des Werkstücks und des Drehwinkels eine zusätzliche Stellgröße aufschaltet.

Bei dem Prinzip der Drehzahlvorsteuerung wird zur Stellgröße des Reglers eine Größe hinzuaddiert, die unmittelbar aus einem oder mehreren Meßwerten errechnet wird. Durch diesen direkten Durchgriff wird der Regelkreis schneller. Außerdem können in die Rechenvorschrift zur Gewinnung der additiven Größe Kenntnisse über die Regelstrecke einfließen. Der Regelkreis ist so besser an die Strecke angepaßt.

4.7.1 Die Realisierung unter Simulink

Abbildung 4-22 zeigt die Struktur eines PID-Reglers mit Drehzahlvorsteuerung. Zu der Stellgröße, die der PID-Regler erzeugt, wird eine Offsetgröße addiert, die aus der Geschwindigkeit des Werkstücks $v_w(t) = \frac{d x_w(t)}{dt}$ und dem Drehwinkel $\Phi(t)$ errechnet wird.

Der Umrechnung liegt Gleichung (23) zugrunde.

$$\omega(t) = \frac{v(t)}{R \cdot \left(\sin(\Phi(t)) - \frac{(E + R \cdot \sin(\Phi(t))) \cdot \cos(\Phi(t))}{\sqrt{L^2 - (E + R \cdot \sin(\Phi(t)))^2}} \right)}$$

Die Offsetgröße ergibt sich aus der Division von $\omega(t)$ durch die Kreisverstärkung:

$$u_{\text{OFFSET}} = \frac{\omega(t)}{K_v} = \frac{\omega(t)}{5,513 \frac{1}{V_s}}$$

Verwendet man die Näherungsgleichung (19), so gilt insgesamt:

$$u_{\text{OFFSET}}(t) = \frac{v(t)}{K_v \cdot R \cdot \left[\sin(\Phi(t)) - \frac{E}{L} \cos(\Phi(t)) - \frac{R}{2 \cdot L} \sin(2 \Phi(t)) \right]}$$

Zusätzlich kann in dem Block „Offset“ noch ein Parameter eingestellt werden, der die Offsetgröße auf einen Maximalwert u_{MAX} begrenzt. Dies ist notwendig, um zu verhindern, daß u_{OFFSET} für $\Phi \rightarrow 0^\circ$ einen unendlichen Wert annimmt.

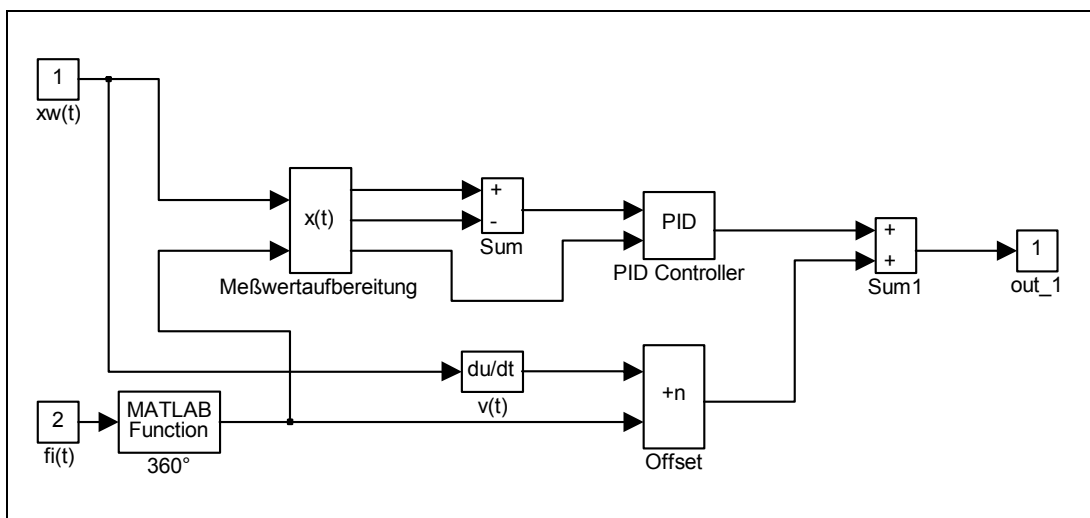


Abbildung 4-22: PID-Regler mit Drehzahlvorsteuerung

Durch diese Drehzahlvorsteuerung wird der rampenförmig ansteigende Teil der Eingangsgröße $W(s) = \frac{k_1}{s} + \frac{k_2}{s^2} = \frac{k_1 \cdot s + k_2}{s^2}$ ausgeregelt. Der PID-Regler braucht nur noch den Sprung zu regeln. In diesem Fall reicht I-Verhalten des offenen Regelkreises aus, um eine bleibende Regelabweichung zu verhindern. Es ist also zu erwarten, daß der I-Anteil des PID-Reglers nur sehr kleine Werte annimmt oder ganz entfallen kann.

4.7.2 Ergebnisse der Regelung

Der Regler kann durch Einstellen der Größen

- K_P P-Anteil des Reglers
- K_I I-Anteil des Reglers
- K_D D-Anteil des Reglers
- u_{MAX} Maximalwert der Drehzahlvorsteuerung

optimiert werden. Durch Experimentieren ergaben sich die folgenden Einstellungen:

$$\begin{aligned}
 K_P &= 45 \frac{\text{V}}{\text{m}} \\
 K_I &= 1 \frac{\text{V}}{\text{ms}} \\
 K_D &= 0 \frac{\text{Vs}}{\text{m}} \\
 u_{MAX} &= 5,62\text{V}
 \end{aligned}$$

Abbildung 4-23 zeigt, daß der Regler nach kurzer Zeit Gleichlauf erreicht und die Nichtlinearität sehr schnell ausregelt.

Der D-Anteil ist wie beim einfachen PID-Regler nicht geeignet, da er zu Schwingungen führt. Es bestätigt sich auch, daß gute Ergebnisse mit einem kleinen I-Anteil erzielt werden können.

Abbildung 4-24 stellt den Verlauf der Stellgrößen dar. In dem Diagramm wurden sowohl die Stellgröße des PID-Reglers, der Drehzahlvorsteuerung und die Summe der beiden eingetragen. Es wird deutlich, daß durch die Offsetstellgröße der Einfluß der Nichtlinearität wirksam gemindert werden kann, weil frühzeitig beschleunigt wird. Die Größe der Drehzahlvorsteuerung muß auf $u_{MAX} = 5,62 \text{ V}$ begrenzt werden. Wenn größere Werte zugelassen werden, wird der Schlitten so sehr beschleunigt, daß er überschwingt und Gleichlauf viel zu spät erreicht.

Abbildung 4-25 zeigt, daß sowohl für die Werkstücklänge $l_w = 0,36 \text{ m}$ als auch für $l_w = 0,5 \text{ m}$ Gleichlauf erzielt wird. Die Regelabweichung für beide Werkstücklängen bleibt aber erst ab der Position $x(t) \approx 0,565 \text{ m}$ innerhalb der Toleranzen (Abbildung 4-26). Dies erfüllt nicht die Anforderung an den Regler.

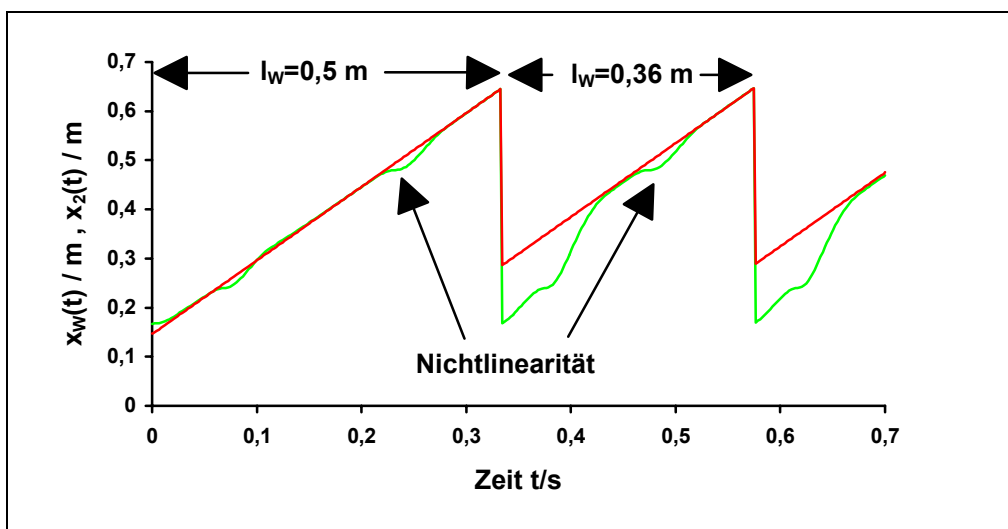


Abbildung 4-23: Verlauf der Werkstück- und Schlittenposition

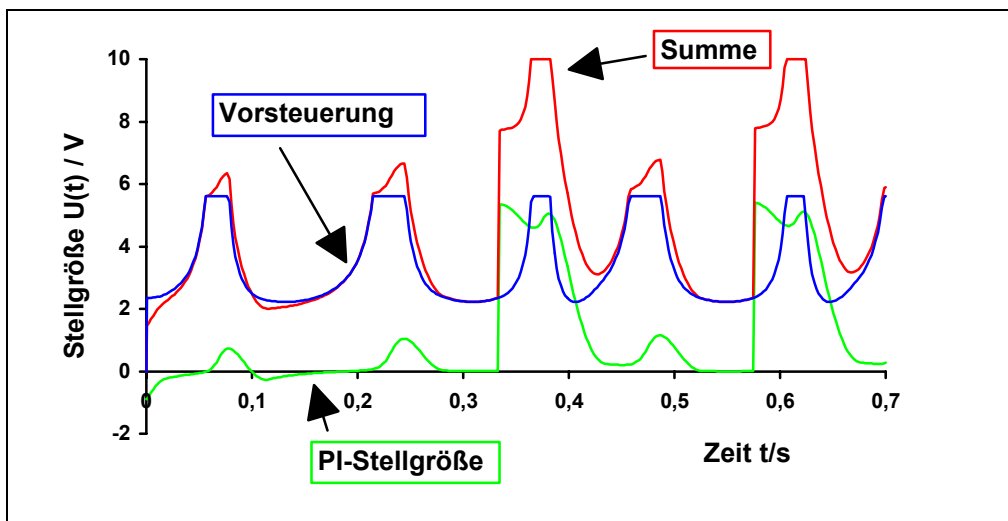


Abbildung 4-24: Verlauf der PID-Stellgröße, der Offsetgröße und der Summe

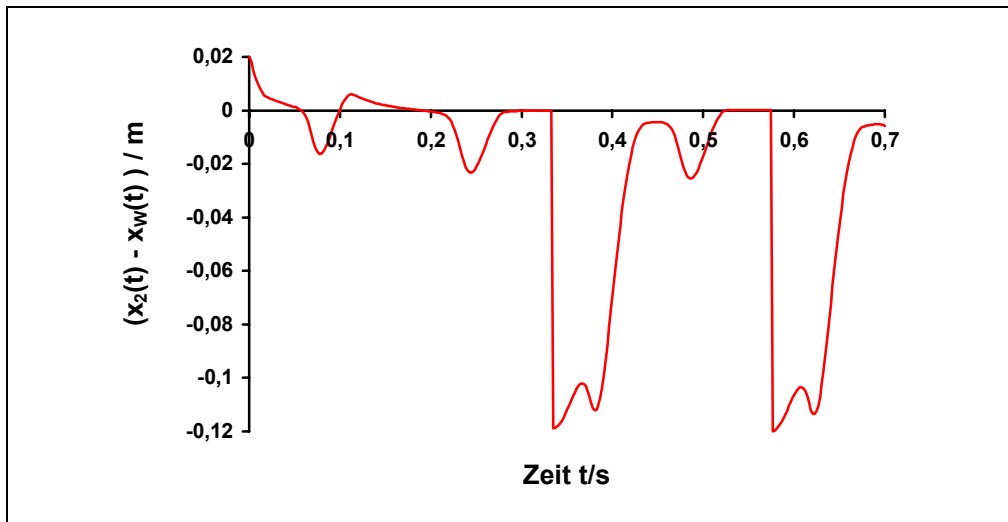


Abbildung 4-25: Verlauf der Regeldifferenz

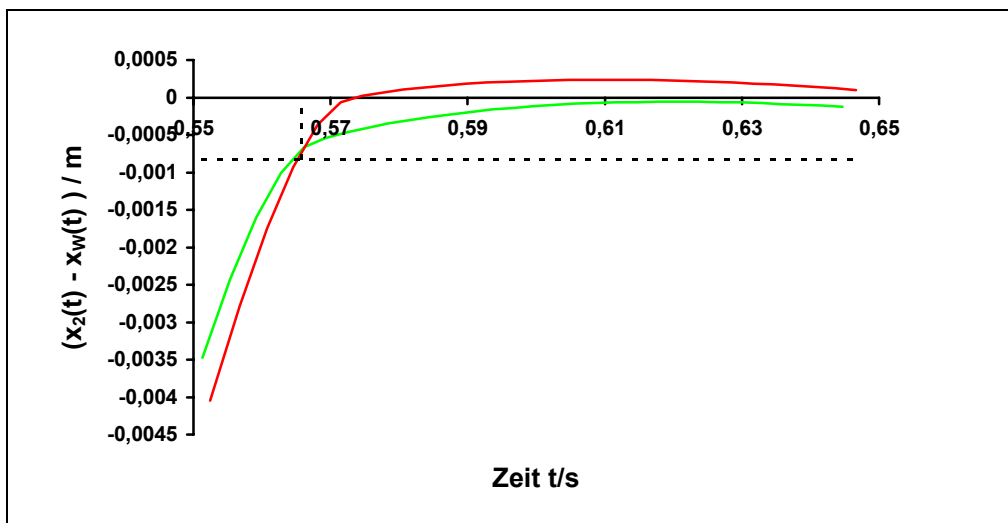


Abbildung 4-26: Regeldifferenz über der Schlittenposition aufgetragen

Bei einer sich ändernden Werkstückgeschwindigkeit ist der Regler nicht mehr in der Lage den Toleranzbereich für Gleichlauf einzuhalten. Abbildung 4-27 zeigt, daß besonders bei einer Werkstücklänge $l_w = 0,36$ m kein qualitativ guter Schnitt mehr möglich ist.

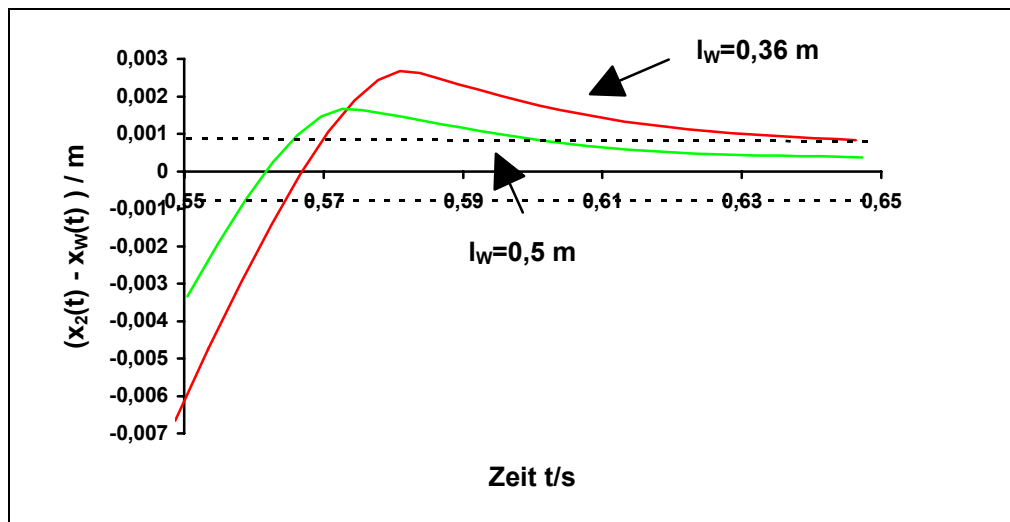


Abbildung 4-27: Regeldifferenz bei Schwankung der Werkstückgeschwindigkeit über der Schlittenposition aufgetragen

Als Ergebnis der Simulation läßt sich festhalten:

- Der Regler erreicht den Gleichlauf.
- Dem negativen Einfluß der Nichtlinearität wird wirksam entgegengewirkt.
- Dieser Regler ist gegenüber Änderungen der Werkstücklänge robust.
- Die Regeldifferenz bleibt erst zu spät innerhalb des Toleranzbereichs.

Der Regler hält den Bereich, in dem Gleichlauf herrschen soll, nicht ein. An diesem Punkt muß der Regler noch verbessert werden.

4.8 Fuzzy-Regler mit Drehzahlvorsteuerung

Die guten Erfahrungen bei der Simulation eines PID-Reglers mit Drehzahlvorsteuerung legen den Schluß nahe, dieses Prinzip auch im Zusammenhang mit einem Fuzzy-Regler anzuwenden.

Da der Fuzzy-Regler bereits den Drehwinkel $\Phi(t)$ als Eingangsgröße verarbeitet, soll die Drehzahlvorsteuerung lediglich die Geschwindigkeit des Werkstücks verrechnen. Dazu wird Gleichung (43) herangezogen.

$$\omega(t) = 8,2078 \frac{1}{\text{m}} \cdot v(t)$$

Die Geschwindigkeit des Werkstücks wird also lediglich mit einer Konstanten multipliziert.

Für die Stellgröße gilt damit:

$$u_{\text{OFFSET}} = \frac{8,2078 \text{ Vs}}{5,513 \text{ m}} \cdot \frac{d x_w(t)}{dt} = 1,49 \frac{\text{Vs}}{\text{m}} \cdot \frac{d x_w(t)}{dt}$$

Bei der Simulation stellt sich ein etwas kleinerer Faktor als günstig heraus:

$$u_{\text{OFFSET}} = 1,47 \frac{\text{Vs}}{\text{m}} \cdot \frac{d x_w(t)}{dt}$$

4.8.1 Die Regeln des Fuzzy-Reglers

Die Regeln können von dem Fuzzy-Regler ohne Drehzahlvorsteuerung übernommen werden. Geändert wird lediglich die Zuordnung, daß der Regeldifferenz 0 m jetzt nicht mehr die Stellgröße für die Schnittdrehzahl ω_S entsprechen soll sondern die Stellgröße 0 V. Dies ist notwendig, weil jetzt die Stellgröße der Vorsteuerung addiert wird.

Die modifizierten Regeln werden im Folgenden aufgelistet:

- Wenn die Regeldifferenz Null ist, soll die Stellgröße $U(t) = 0 \text{ V}$ sein.
- Ist die Regeldifferenz größer als Null (Schlitten ist hinter dem Werkstück), soll die Stellgröße positiv werden (Kurbel dreht schneller).
- Ist die Regeldifferenz kleiner als Null (Schlitten ist vor dem Werkstück), soll die Stellgröße negativ werden (Kurbel dreht langsamer).
- Befindet sich der Schlitten im Rücklauf (Winkelbereich 180° - 360°), soll er dem Werkstück etwas voreilen (größere Stellgröße).
- Wenn die Kurbel in den nichtlinearen Bereich kommt, soll sie schneller drehen, als im entsprechenden linearen Bereich.

4.8.2 Die Fuzzy-Sets

In den folgenden Abbildungen wird die Definition der Fuzzy-Sets gezeigt. Dabei bedeutet:

- L1: linearer Bereich (Schlitten kurz vor dem Sägeschnitt)
- L2: linearer Bereich (Sägeschnitt wurde gerade abgeschlossen)
- L3: linearer Bereich (Schlitten im Rücklauf)
- NL1: nichtlinearer Bereich (Nichtlinearität um 360° bzw. 0°)
- NL2: nichtlinearer Bereich (Nichtlinearität um 180°)
- NL3: nichtlinearer Bereich (Nichtlinearität um 360° bzw. 0°)

- NG: negativ groß
- NK: negativ klein
- Z: null
- PK: positiv klein
- PM: positiv mittel
- PG: positiv groß
- PGG: positiv sehr groß

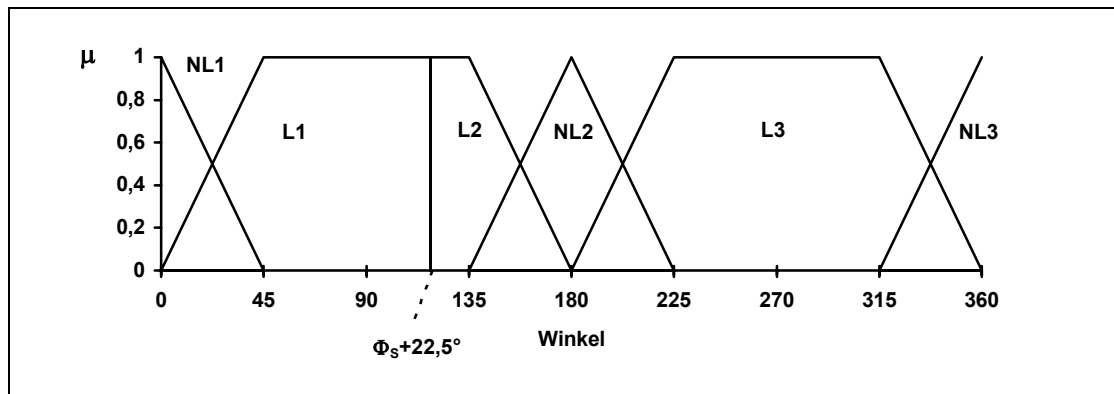


Abbildung 4-28: Fuzzy-Sets für die nichtlinearen Bereiche

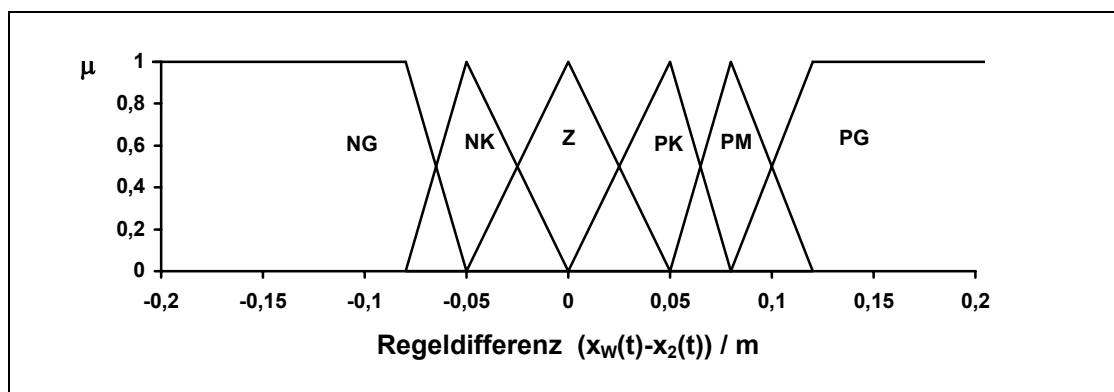


Abbildung 4-29: Fuzzy-Sets für die Regeldifferenz

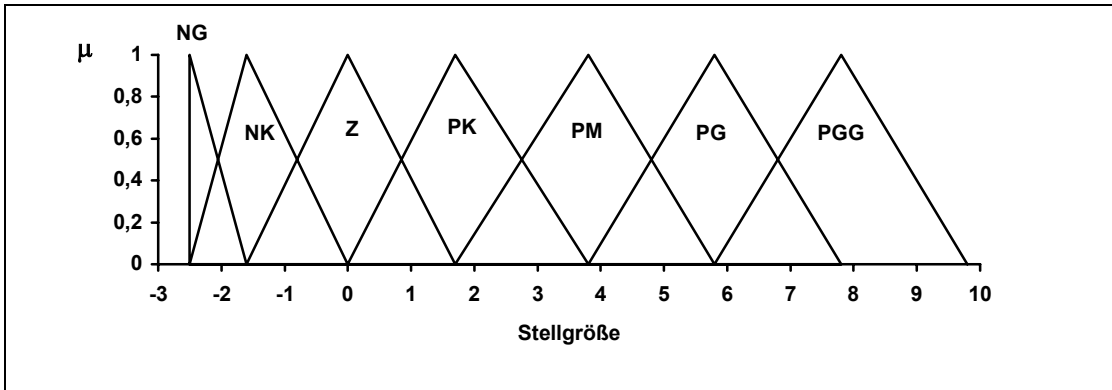


Abbildung 4-30: Fuzzy-Sets für die Stellgröße

Faßt man die Regeln in einer Zuordnungstabelle zusammen, dann ergibt sich der folgende Zusammenhang:

	NL1	L1	L2	NL2	L3	NL3
NG	NK	NG	NG	NK	NK	NK
NK	Z	NK	NK	Z	Z	Z
Z	PM	Z	Z	PK	PM	PM
PK	PM	PM	PK	PM	PM	PM
PM	PG	PM	PM	PG	PM	PG
PG	PGG	PG	PG	PGG	PG	PGG

Sowohl die Fuzzy-Sets der Regelabweichung und der Linearität als auch die Tabelle der Regeln sind im Vergleich zum Fuzzy-Regler ohne Drehzahlvorsteuerung gleich geblieben. Geändert hat sich lediglich die Zuordnung der Fuzzy-Sets für die Stellgröße. Den linguistischen Variablen wurden andere Crisp-Werte zugeordnet, so daß einer Regelabweichung von 0 m eine Stellgröße von 0 V entspricht.

4.8.3 Die Realisierung unter Simulink

Abbildung 4-31 zeigt die Reglerstruktur, die unter Simulink implementiert wurde. Der grundsätzliche Aufbau ist von dem Fuzzy-Regler ohne Drehzahlvorsteuerung übernommen worden. Ergänzt wurde die Drehzahlvorsteuerung. Über ein D-Glied wird die Geschwindigkeit des Werkstücks ermittelt und über ein P-Glied zur Stellgröße des Fuzzy-Reglers hinzuaddiert.

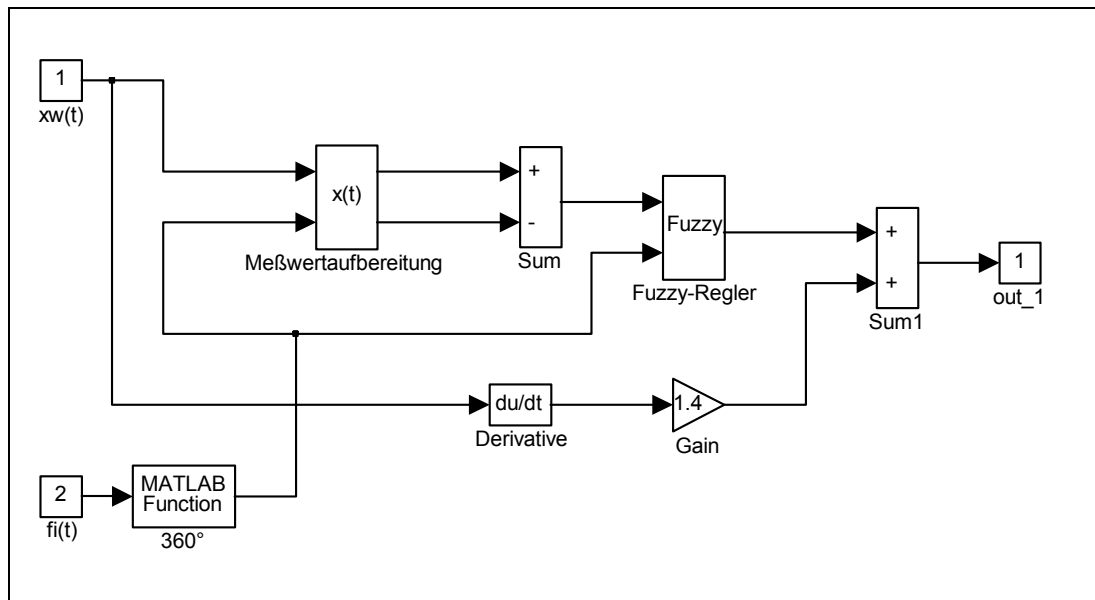


Abbildung 4-31: Reglerstruktur unter Simulink

4.8.4 Ergebnisse der Regelung

In den folgenden Abbildungen sind die Ergebnisse eines optimierten Reglers dargestellt. Die Fuzzy-Sets und Regeln entstammen dem vorhergehenden Kapitel. Für die Verstärkungsfaktoren der Regeldifferenz und der Stellgröße wurden die folgenden Werte ermittelt:

$$K_d = 2,8$$

$$K_U = 1$$

Die Länge der geschnittenen Werkstücke beträgt $l_w = 0,35$ m und $l_w = 0,5$ m.

Bei konstanter Werkstückgeschwindigkeit entsprechen die Ergebnisse des Fuzzy-Reglers mit Drehzahlvorsteuerung im wesentlichen denen des Reglers ohne Drehzahlvorsteuerung. Der Regler arbeitet bei verschiedenen Werkstücklängen einwandfrei. Der Gleichlauf wird ebenfalls erst ab der Position $x(t) = 0,554$ m erreicht (Abbildung 4-35).

Die gleichen Resultate sind nicht überraschend, da lediglich eine konstante Offsetgröße addiert wird, die im Fall ohne Drehzahlvorsteuerung bei der Definition der linguistischen Variablen berücksichtigt wurde. Dies wird in Abbildung 4-33 deutlich. Die entgeltige Stellgröße geht durch Addition einer Konstanten aus der Stellgröße des Fuzzy-Reglers hervor.

Bei einer schwankenden Werkstückgeschwindigkeit zeigt der Regler mit Vorsteuerung etwas besseres Verhalten als ohne (Abbildung 4-36). Insgesamt konnten die Regeleigenschaften aber nicht so verbessert werden, daß die Toleranzen für die Abweichung in der Gleichlaufphase eingehalten werden.

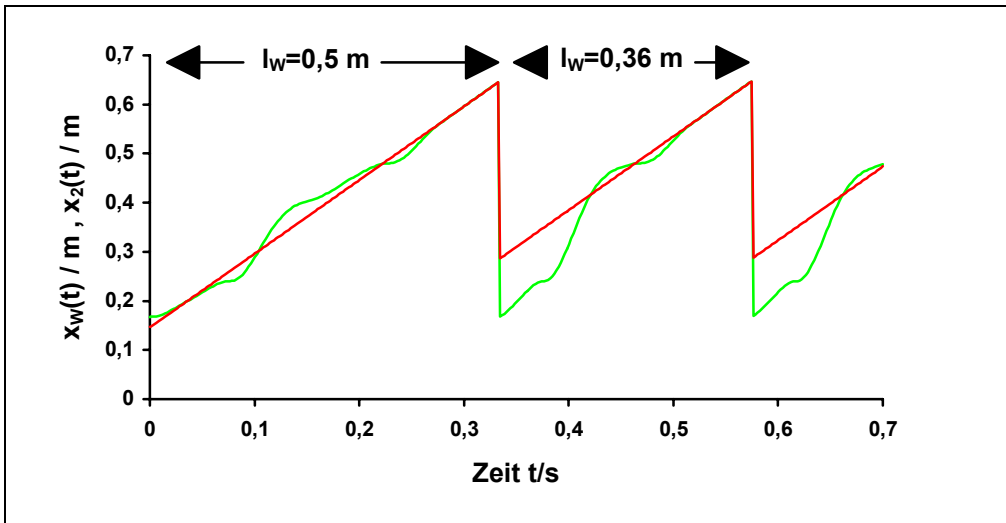


Abbildung 4-32: Verlauf der Schlittenposition und der Werkstückposition

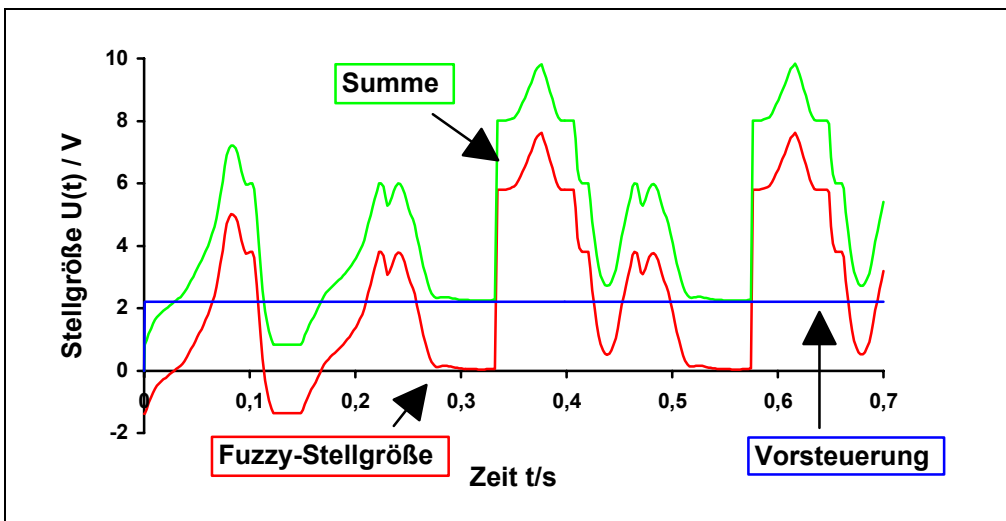


Abbildung 4-33: Verlauf der Stellgröße über der Zeit

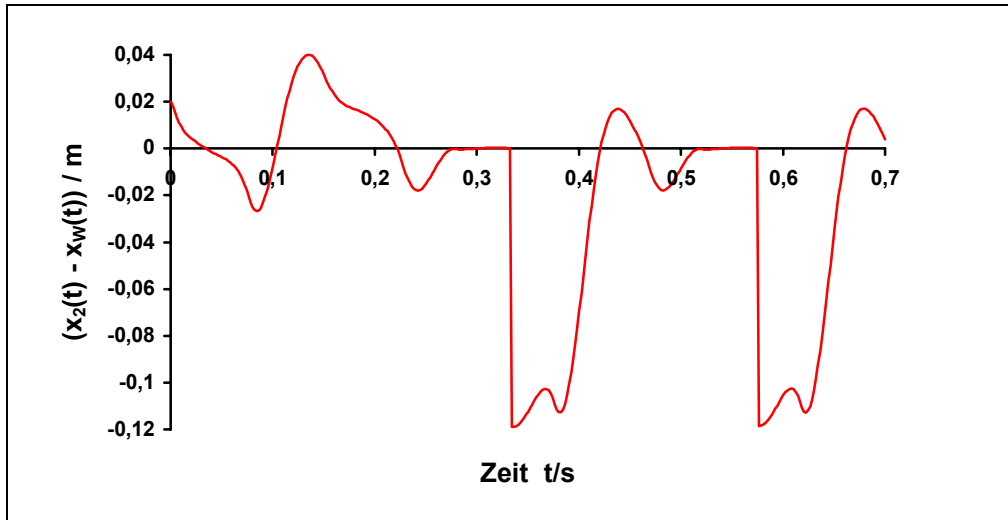


Abbildung 4-34: Verlauf der Regeldifferenz über der Zeit

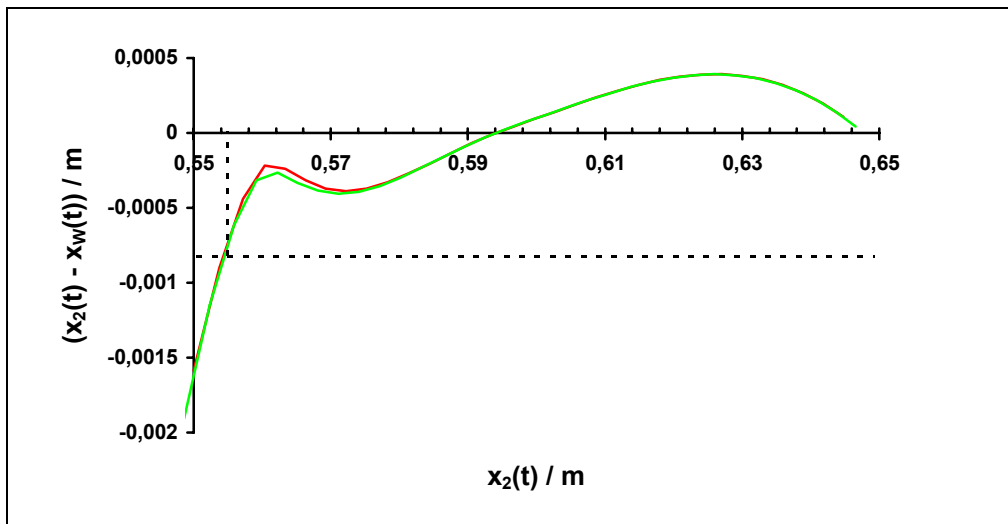


Abbildung 4-35: Regeldifferenz über der Schlittenposition aufgetragen

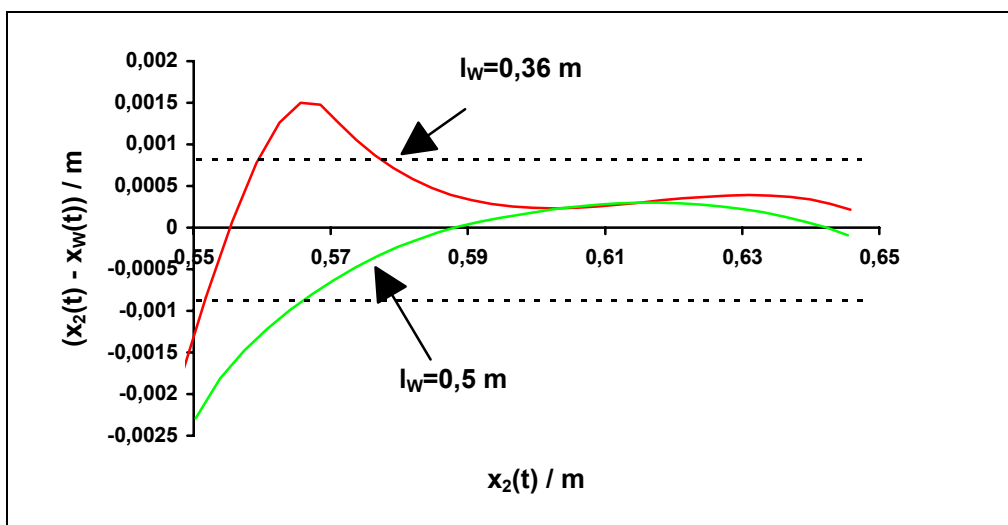


Abbildung 4-36: Regeldifferenz bei Schwankung der Werkstückgeschwindigkeit über der Schlittenposition aufgetragen

Ergebnisse der Simulation mit einem Fuzzy-Regler mit Drehzahlvorsteuerung sind:

- Bei konstanter Werkstückgeschwindigkeit entspricht das Regelverhalten dem des Reglers ohne Drehzahlvorsteuerung.
- Schwankt die Werkstückgeschwindigkeit wird das Regelverhalten etwas besser. Die Toleranzen bei Gleichlauf werden aber nicht eingehalten.

Mit beiden bisher erprobten Fuzzy-Reglern gelingt es (fast), innerhalb des Anforderungsbereichs Gleichlauf zu erzielen. Dies war bei dem PI-Regler mit Drehzahlvorsteuerung nicht möglich.

Die Drehzahlvorsteuerung beim Fuzzy-Regler lohnt sich nicht, da sie kaum eine merkliche Verbesserung bringt.

Das Fuzzy-Konzept hat Vorteile, da es sich durch die formulierten Regeln gut auf die nichtlineare Strecke abstimmen läßt.

4.9 PID-Regler mit Drehzahlvorsteuerung und Sollwertgenerator

Bei allen bisher erprobten Reglerkonzepten stellte sich das rechtzeitige Erreichen des Gleichlaufs innerhalb der Toleranzen als Problem heraus. Selbst bei den Fuzzy-Reglern wurde Gleichlauf nur sehr knapp innerhalb der geforderten Grenzen erreicht.

Grund dafür ist, daß der Schlitten am hinteren Umkehrpunkt kurz stehen bleibt, vom Werkstück überholt wird und es nicht mehr rechtzeitig schafft, es wieder einzuholen. Dies kann verhindert werden, indem man den Schlitten dem Werkstück bis zum hinteren Wendepunkt vorlaufen läßt. Wenn er dann zum Stillstand kommt wird er vom Werkstück eingeholt und kann im Gleichlauf weiterfahren.

Dies soll mit einem Sollwertgenerator realisiert werden, der dem Regler bis zum Drehwinkel $\Phi(t) = 360^\circ$ eine nach vorne verlagerte Werkstückposition vorgibt und diese dann ab 0° wieder auf die reale Position zurücksetzt.

4.9.1 Realisierung unter Simulink

Die Realisierung unter Simulink wird in Abbildung 4-37 gezeigt. Der PID-Regler mit Drehzahlvorsteuerung wird zusätzlich ergänzt durch einen Sollwertgenerator, der abhängig vom Drehwinkel $\Phi(t)$ eine Werkstückposition $x_g(t)$ vorgibt. Dabei gilt der folgende Zusammenhang:

$$x_g(t) = \begin{cases} x_w(t) & \text{für } 0^\circ \leq \Phi(t) < \Phi_s + 22,5^\circ \\ x_w(t) + x_f & \text{für } \Phi_s + 22,5^\circ \leq \Phi(t) < 360^\circ \end{cases} \quad (55)$$

x_f ist eine einstellbare Offsetgröße, die den Vorlauf des Schlittens festlegt.

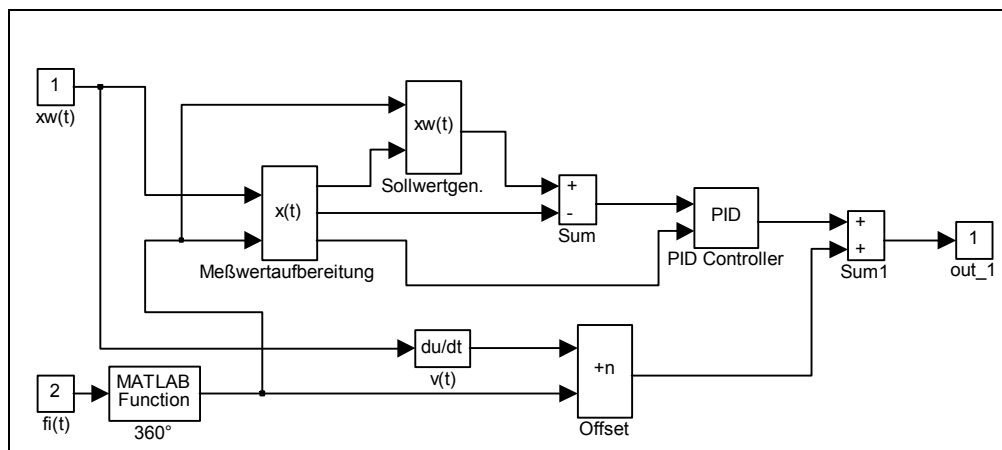


Abbildung 4-37: PID-Regler mit Sollwertgenerator und Drehzahlvorsteuerung

4.9.2 Ergebnisse der Simulation

Der Regler kann durch Variation der Größen

K_P	P-Anteil des Reglers
K_I	I-Anteil des Reglers
K_D	D-Anteil des Reglers
u_{MAX}	Maximalwert der Drehzahlvorsteuerung
x_f	Offsetwert des Sollwertgenerators

optimiert werden. Dabei ergaben sich durch Experimentieren die folgenden Einstellungen:

$$\begin{aligned}K_P &= 60,3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \\K_I &= 0 \frac{\text{V}}{\text{ms}} \\K_D &= 0 \frac{\text{Vs}}{\text{m}} \\u_{MAX} &= 3,9 \text{ V} \\x_f &= 0,048 \text{ m}\end{aligned}$$

Es zeigt sich, daß ein reiner P-Regler am besten geeignet ist, um die geforderten Ergebnisse zu erzielen. Durch einen D-Anteil neigt das System zum Schwingen und der I-Anteil erübrigt sich, da die Strecke bereits I-Verhalten hat.

In Abbildung 4-37 ist deutlich zu sehen, daß sich der Schlitten zunächst der imaginären Werkstückposition $x_w(t) + x_f$ annähert und dann nach der Nichtlinearität schnell Gleichlauf mit der realen Werkstückposition erreicht.

Zur besseren Anschauung ist in Abbildung 4-39 die reale Schlittenposition aufgetragen. Hier wird deutlich, wie der Schlitten nach dem Wendepunkt sehr schnell in die Gleichlaufphase kommt.

Abbildung 4-38 zeigt die Stellgröße des P-Reglers, der Drehzahlvorsteuerung und die durch den Frequenzumsetzer auf 10V begrenzte Größe.

Die Regelabweichung in Abbildung 4-41 bleibt sehr schnell innerhalb der geforderten Toleranzen. Abbildung 4-42 zeigt, daß schon vor der geforderten Position $x(t) = 0,5544 \text{ m}$ Gleichlauf erreicht wird. Der Regler erzielt die geforderten Resultate für verschiedene Werkstücklängen.

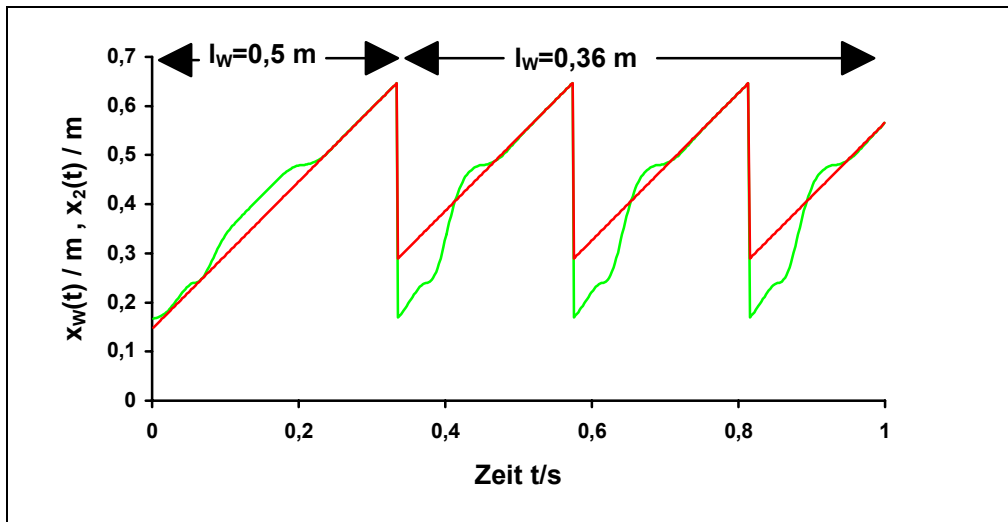


Abbildung 4-38: Werkstück- und Schlittenposition über der Zeit aufgetragen

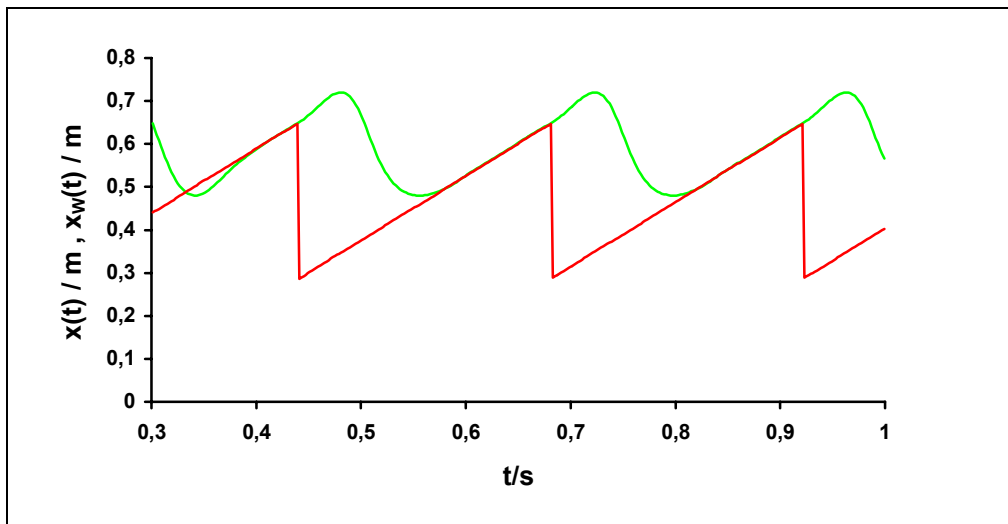


Abbildung 4-39: Werkstück- und reale Schlittenposition über der Zeit aufgetragen

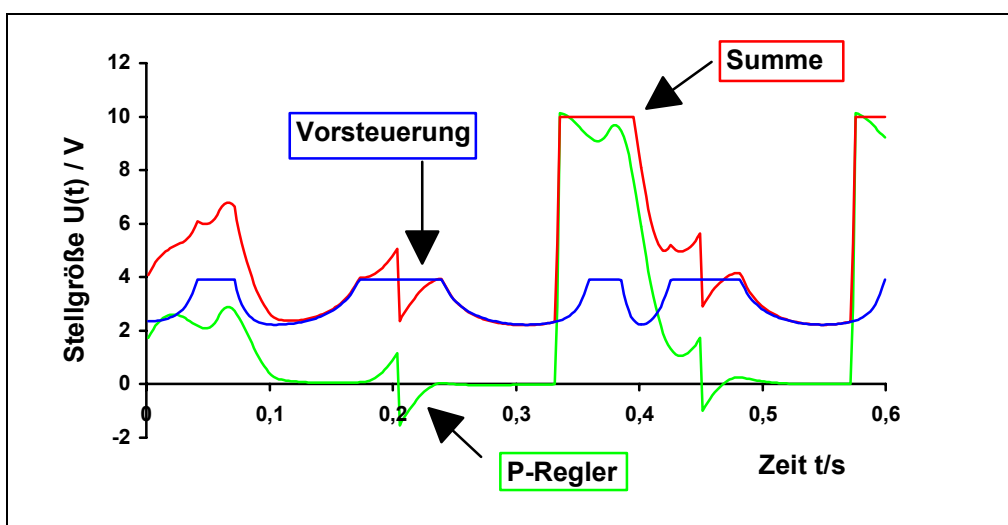


Abbildung 4-40: Stellgröße des PID-Reglers, der Drehzahlvorsteuerung und der Summe

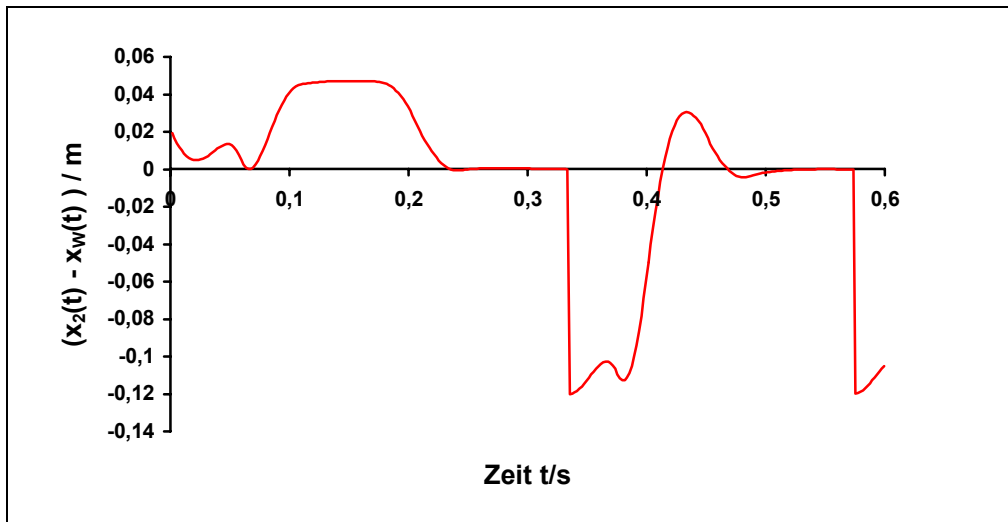


Abbildung 4-41: Regelabweichung über der Zeit aufgetragen

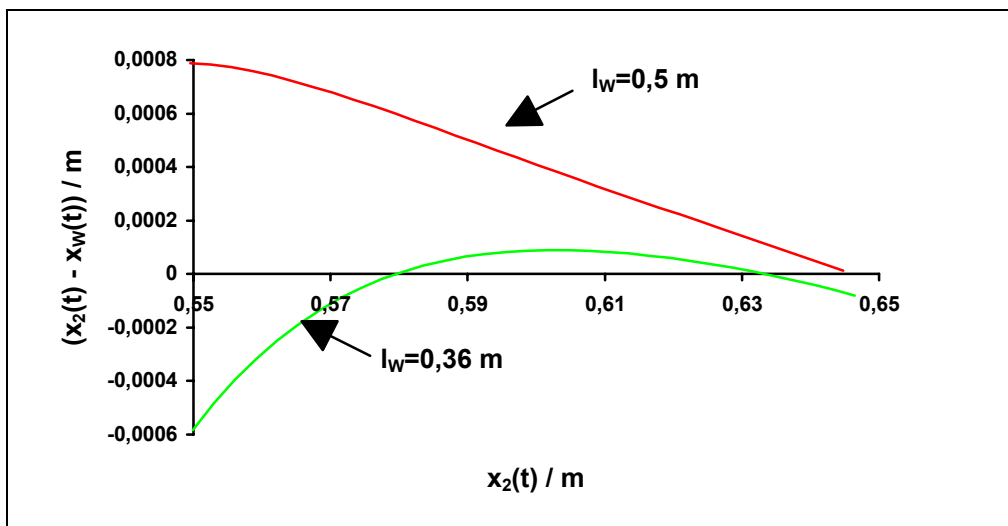


Abbildung 4-42: Regeldifferenz über der Schlittenposition aufgetragen

Bei einer schwankenden Werkstückgeschwindigkeit zeigt der Regler sehr gutes Ausregelverhalten. Die Regelabweichung bleibt während der gesamten Gleichlaufphase innerhalb der geforderten Toleranz.

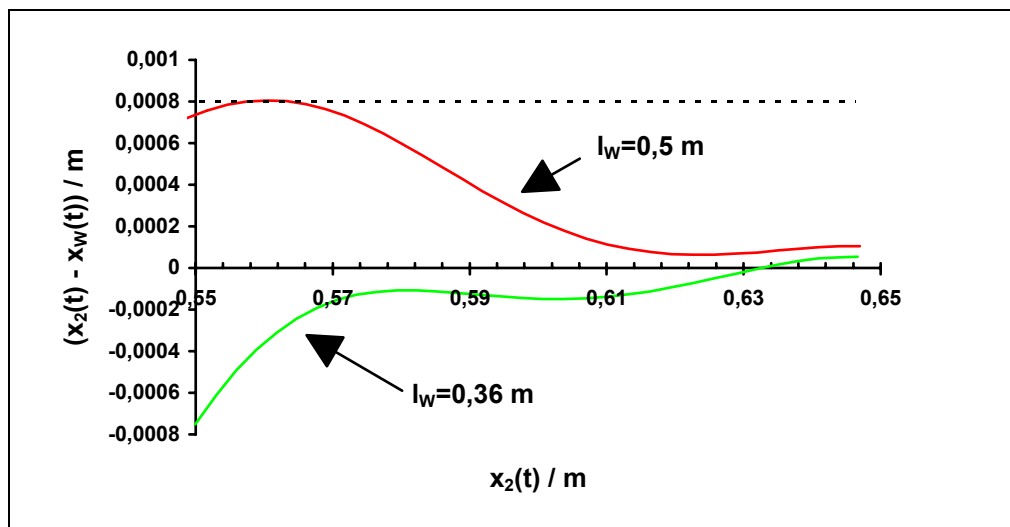


Abbildung 4-43: Regeldifferenz bei Schwankungen der Werkstückgeschwindigkeit über der Schlittenposition aufgetragen

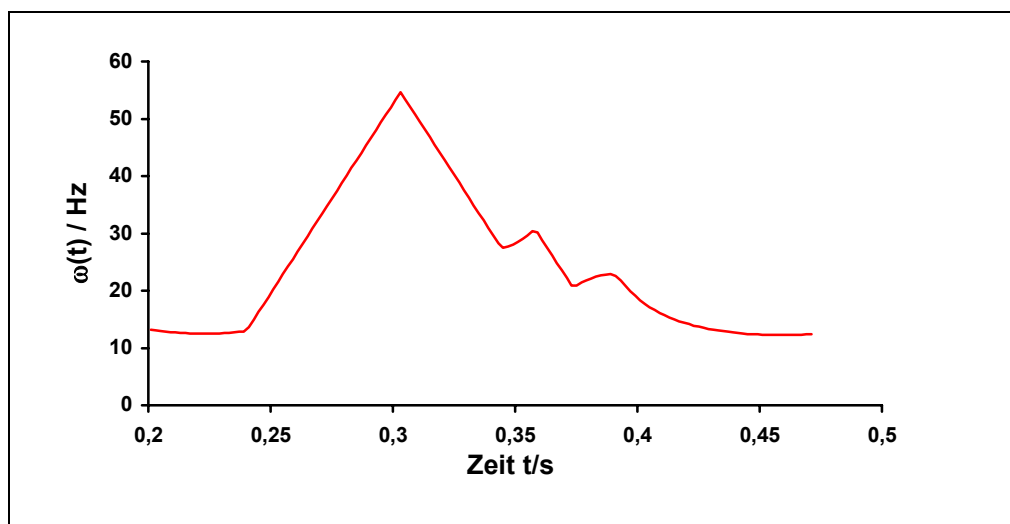


Abbildung 4-44: Verlauf der Kreisfrequenz eines Positionierzyklusses

Der Verlauf der Kreisfrequenz in Abbildung 4-44 bestätigt die Abschätzung aus Abbildung 3-13 auf Seite 3-26. Die Kreisfrequenz verläuft während des Positioniervorgangs weitestgehend nach einer Dreiecksfunktion; in der Gleichlaufphase ist sie konstant. Die Annahmen, die zur Auswahl des Antriebs getroffen wurden, sind also realistisch gemacht worden.

Als Ergebnis läßt sich festhalten:

- Der Regler reagiert schnell und erreicht den Gleichlauf rechtzeitig.
- Die Regeltoleranz wird eingehalten.
- Die Nichtlinearität wird optimal ausgeregelt.
- Dieser Regler ist gegenüber Änderungen der Werkstücklänge robust.
- Dieser Regler ist gegenüber Änderungen der Werkstückgeschwindigkeit robust.
- Ein reiner P-Regler ist ausreichend.

Dieses Reglerprinzip hat sich im Vergleich zu den anderen Konzepten als das Geeigneteste herausgestellt. Es ist in der Praxis einfach zu realisieren, da nur ein P-Regler vorliegt. Außerdem ist die Optimierung des Reglers einfach zu handhaben, da nur drei Parameter variiert werden (K_P , u_{MAX} , x_f).

4.10 Zusammenfassung

Die folgende Tabelle faßt die Ergebnisse der Simulation mit den verschiedenen Reglern zusammen. Dabei gelten die Kriterien:

- Wird die Toleranz rechtzeitig (an der Position 0,5544 m) eingehalten?
- Wird der Gleichlauf erreicht?
- Funktioniert der Regler mit allen Werkstücklängen?
- Wird der nichtlinearen Bereich gut ausgeregelt?
- Kann der Regler auch Änderungen der Werkstückgeschwindigkeit ausregeln?

	PID-Regler	Fuzzy-Regler	PID-Regler mit Drehzahlvorsteuerung	Fuzzy-Regler mit Drehzahlvorsteuerung	PID-Regler mit Drehzahlvorsteuerung und Sollwertgenerator
Einhalten der Toleranz bei Gleichlauf	Toleranz wird zu spät eingehalten	Toleranz wird ab $x(t)=0,555m$ eingehalten	Toleranz wird zu spät eingehalten	Toleranz wird ab $x(t)=0,555m$ eingehalten	Toleranz wird gut eingehalten
Erreichen des Gleichlaufs	Gleichlauf wird für $l_w=0,36m$ erreicht	Gleichlauf wird erreicht	Gleichlauf wird erreicht	Gleichlauf wird erreicht	Gleichlauf wird erreicht
Robustheit bei Änderung der Werkstücklänge	Gleichlauf wird nicht mehr erreicht	Regler ist robust	Regler ist robust	Regler ist robust	Regler ist robust
Verhalten im nichtlinearen Bereich	Nichtlinearität wird schlecht ausgeregelt	Nichtlinearität wird gut ausgeregelt	Nichtlinearität wird gut ausgeregelt	Nichtlinearität wird gut ausgeregelt	Nichtlinearität wird sehr gut ausgeregelt
Robustheit bei Änderung der Werkstückgeschwindigkeit	nicht untersucht	Abweichungen von $\pm 1,5$ mm	Abweichungen von ± 3 mm	Abweichungen von $\pm 1,5$ mm	Änderungen werden gut ausgeregelt
Bewertung	nicht geeignet	geeignet	bedingt geeignet	geeignet	sehr gut geeignet

Der einfache **PID-Regler** ist grundsätzlich nicht geeignet, da er nicht robust ist und die Toleranzen nicht einhält.

Die Regeleigenschaften des **PID-Reglers mit Drehzahlvorsteuerung** sind auch nicht ausreichend, um eine qualitativ gute Regelung zu garantieren. Das Konzept selber geht aber in die richtige Richtung.

Die beiden **Fuzzy-Regler** führen zu guten Ergebnissen. Eine Drehzahlvorsteuerung ist nicht lohnenswert, da sie nur geringe Verbesserungen bringt.

Vorteile:

- Geringe Rechenzeit wegen einfachem Zugriff auf eine Matrix
- Reglerentwurf erfordert keine mathematischen Kenntnisse über die Regelstrecke
- Robustheit des Reglers

Nachteile:

- Regler ist schwer zu optimieren

Der **P-Regler mit Sollwertgenerator und Drehzahlvorsteuerung** hat die besten Regeleigenschaften.

Vorteile:

- leichte Optimierung
- Robustheit

Nachteile:

- nicht so schnell wie der Fuzzy-Regler, da in der Drehzahlvorsteuerung eine Funktion errechnet werden muß

5 Implementierungsvorschlag

Das Regelkonzept mit Drehzahlvorsteuerung und Sollwertgenerator zeigt die besten Simulationsergebnisse. Es ist in der Entwicklung am schnellsten zu realisieren, da es dem bereits existierenden Regelungsprinzip von LENORD + BAUER sehr ähnlich ist.

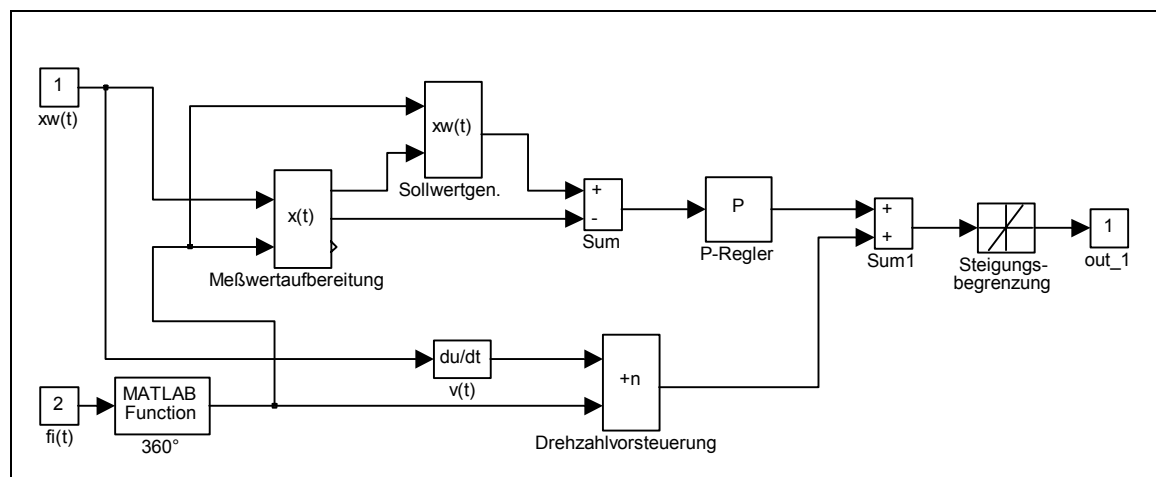


Abbildung 5-1: Struktur des vorgeschlagenen Reglers

Abbildung 5-1 zeigt das Strukturbild des Regelungskonzeptes. Es wurde noch ergänzt durch eine Steigungsbegrenzung der Stellgröße am Ausgang.

Die spezielle Anwendung, die in dieser Arbeit zugrunde gelegt worden ist, stellt einen Extremfall dar. Die Positionierung muß in extrem kurzer Zeit erfolgen, so daß der Antrieb mit seinen Möglichkeiten voll gefordert wird. Die Stellgröße wird nach jedem Schnitt sprungförmig geändert, um das maximale Drehmoment des Motors zu erhalten.

Bei langsameren Anwendungen mit geringerer Werkstückgeschwindigkeit oder größerer Schnittlänge sind solche Maximalbelastungen unnötig. Der Antrieb kann moderater und schonender angesteuert werden. Aus diesem Grund wurde die Steigungsbegrenzung eingeführt. Diese überführt den sprungförmigen Anstieg der Stellgröße in einen rampenförmigen.

Das Simulationsergebnis wird in Abbildung 5-2 gezeigt. Hier wurde die Steigung so eingestellt, daß in 0,1 s höchstens eine Änderung der Stellgröße um 12 V stattfinden kann. Eine Kurve stellt den sprungförmigen Anstieg ohne Steigungsbegrenzung dar, die andere den rampenförmigen mit Steigungsbegrenzung.

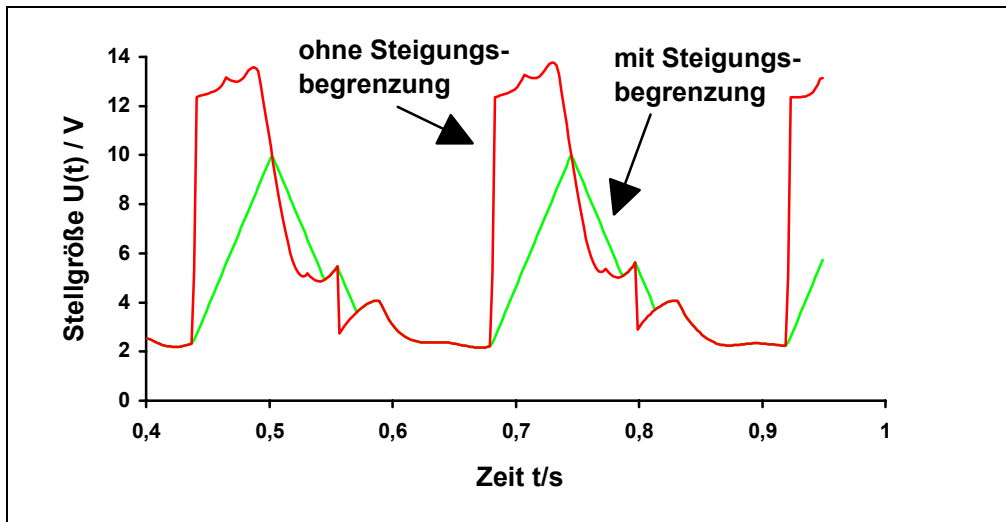


Abbildung 5-2: Stellgröße des Reglers mit und ohne Steigungsbegrenzung

Der Regler soll softwaremäßig auf einem Controller implementiert werden.

Abbildung 5-4 stellt einen möglichen Algorithmus als Struktogramm dar. Dabei werden die nachfolgenden Bezeichnungen verwendet:

K_V	Kreisverstärkung
L	Länge der Pleuelstange
R	Radius der Kurbel
U	Gesamtstellgröße
U_P	Stellgröße des P-Reglers
U_{MAX}	Maximalwert von U_{OFFSET}
U_{OFFSET}	Stellgröße der Vorsteuerung
v	Geschwindigkeit des Werkstücks
x	Schlittenposition
x_d	Regeldifferenz
x_{diff}	Wert, der von der absoluten Werkstückposition abgezogen wird
x_g	generierte Werkstückposition
x_{rem}	zwischengespeicherte Position des Werkstücks
x_W	gemessene Werkstückposition (absolut)
Φ	Kurbelwinkel abgebildet auf $[0; 2\pi]$
Φ_M	gemessener Kurbelwinkel (absolut)
Φ_S	Kurbelwinkel an der Schnittposition

Es werden die folgenden Schritte abgearbeitet:

1. Die Werkstückgeschwindigkeit wird ermittelt. Dies kann durch Differenzbildung über kleine Zeitintervalle realisiert werden.
2. Der Drehwinkel wird auf $[0; 2\pi]$ abgebildet.
3. Die Schlittenposition wird aus dem Winkel errechnet.
4. Abhängig vom Kurbelwinkel wird eine Fallunterscheidung vorgenommen. Diese ist notwendig, um die Zusammenhänge (50), (52) und (55) zu programmieren. Das Flag „flg“ wird gebraucht um zu erreichen, daß x_{diff} genau an der Schnittposition x_s gesetzt wird und nicht später noch einmal.
5. Aus der generierten Werkstück- und Schlittenposition wird die Regelabweichung x_d gebildet.
6. Durch Multiplikation mit dem Verstärkungsfaktor K_p wird die Stellgröße U_p erzeugt.
7. Die Stellgröße der Drehzahlvorsteuerung U_{OFFSET} wird errechnet und auf U_{MAX} begrenzt.
8. Aus diesen beiden Stellgrößen resultiert durch Addition die Ausgangsgröße.
9. Die Steigung der Stellgröße wird begrenzt. Dies kann realisiert werden, indem pro Zeiteinheit nur eine einstellbare Änderung der Stellgröße zugelassen wird. Eine Realisierungsmöglichkeit zeigt Abbildung 5-3. Hier wird aus der Eingangsgröße $U(t)$ die Ausgangsgröße U_{AUS} erzeugt. Dabei wird pro Zeitintervall Δt nur die Änderung ΔU_{MAX} zugelassen.

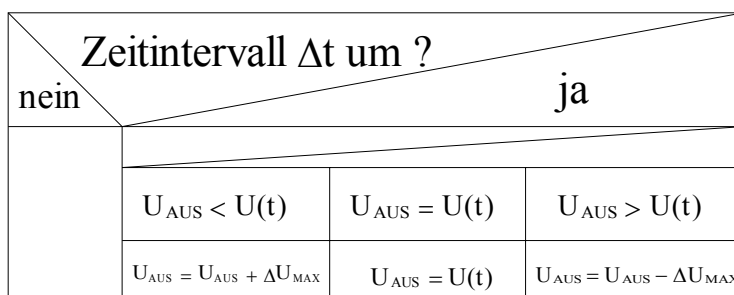


Abbildung 5-3: Struktogramm einer Steigungsbegrenzung

Dieser Algorithmus kann in die existierende Software eingebettet und zyklische durchlaufen werden. Dem Anwender müssen die Größen K_p , U_{MAX} und x_f zur Einstellung zugänglich gemacht werden. Ebenso sollte die maximale Steigung ΔU_{MAX} der Stellgröße einstellbar sein.

$v = \frac{d}{dt} x_w$											
$\Phi = \Phi_M - 2\pi \cdot \text{int} \left[\frac{\Phi_M}{2\pi} \right]$											
$x = L - \frac{R^2}{2 \cdot L} \sin^2(\Phi) - R \cos(\Phi)$											
$0^\circ \leq \Phi < \Phi_S$	$\Phi_S \leq \Phi < \Phi_S + 22,5^\circ$	$\Phi_S + 22,5^\circ \leq \Phi < 180^\circ$	$180^\circ \leq \Phi < 360^\circ$								
$f_{lg} = 0$ $x_g = x_w - x_{diff}$ $x_2 = x$	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$f_{lg} = 0?$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">ja</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$x_{rem} = x_w - x_s + l_w$</td> <td style="padding: 5px;">$f_{lg} = 1$</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 5px;">$x_g = x_w - x_{diff}$</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 5px;">$x_2 = x$</td> </tr> </table>	$f_{lg} = 0?$	ja	$x_{rem} = x_w - x_s + l_w$	$f_{lg} = 1$	$x_g = x_w - x_{diff}$		$x_2 = x$		$x_{diff} = x_{rem}$ $x_g = x_w - x_{diff} + x_f$ $x_2 = x + 2x_0 - 2x_U$	$x_g = x_w - x_{diff} + x_f$ $x_2 = 2x_0 - x$
$f_{lg} = 0?$	ja										
$x_{rem} = x_w - x_s + l_w$	$f_{lg} = 1$										
$x_g = x_w - x_{diff}$											
$x_2 = x$											
$x_d = x_g - x_2$ $U_P = K_P \cdot x_d$											
$U_{OFFSET} = \frac{v}{K_V \cdot R \cdot \left[\sin(\Phi) - \frac{E}{L} \cos(\Phi) - \frac{R}{2 \cdot L} \sin(2\Phi) \right]}$											
nein	$U_{OFFSET} > U_{MAX}$		ja								
		$U_{OFFSET} = U_{MAX}$									
$U = U_P + U_{OFFSET}$											
<h3 style="margin: 0;">Steigungsbegrenzung</h3>											

Abbildung 5-4: Struktogramm für eine Programmierung des Reglers

6 Verwendete Formelzeichen

E	Exzentrizität der Kurbelachse
F	Kraft, die an der Pleuelstange angreift
F_S	senkrechte Kraftkomponente am Sägeschlitten
F_t	tangentiale Kraftkomponente an der Kurbel
G_R	Übertragungsfunktion des Reglers
G_{VZ1}	Übertragungsfunktion des VZ1-Gliedes
I_{\max}	Maximalstrom des Servoumrichters
I_N	Nennstrom des Servoumrichters
$J(\Phi)$	Ersatzträgheitsmoment des Pleuelgetriebes
J_G	Trägheitsmoment des Getriebes
J_{ges}	Trägheitsmoment der Strecke auf der Primärseite des Getriebes
J_M	Trägheitsmoment des Motors
J_P'	Trägheitsmoment der Kurbel
J_P	Trägheitsmoment der Kurbel + Massenanteil der Pleuelstange
K	Zwischengröße
K_0	Verstärkung des offenen Regelkreises
K_D	Verstärkung des D-Gliedes
K_d	Verstärkungsfaktor der Regeldifferenz beim Fuzzyregler
K_G	Verstärkungsfaktor des Getriebes
K_I	Verstärkung des I-Gliedes
K_L	Faktor bei Linearisierung des Systems
K_P	Verstärkung des P-Gliedes
K_{SU}	Verstärkung des Servoumrichters
K_U	Verstärkungsfaktor der Stellgröße beim Fuzzyregler
K_V	Verstärkung des VZ1-Gliedes
L	Länge der Pleuelstange
M	Drehmoment des Motors
M_1	Drehmoment auf der Primärseite des Getriebes
M_2	Drehmoment auf der Sekundärseite des Getriebes
$M_{2\text{zul}}$	zulässiges Drehmoment auf der Sekundärseite des Getriebes
M_{eff}	effektives Drehmoment
M_K	maximales Drehmoment des Motors
M_{kip}	Maximalwert von M_M
M_M	Gesamtdrehmoment, das der Motor aufbringen muß
M_N	Nennmoment des Motors
R	Radius der Kurbel
T_V	Verzögerungszeit des VZ1-Gliedes
$U(t)$	Stellgröße für den Motor
U_{MAX}	maximale Stellgröße
ΔU_{MAX}	maximale Änderung der Stellgröße pro Zeiteinheit
U_P	Stellgröße des P-Reglers
U_{OFFSET}	Stellgröße der Vorsteuerung
W_{ges}	Gesamtenergie des Pleuelgetriebes
$W(s)$	Führungsgröße des Regelkreises

$a(t)$	Beschleunigung des Sägeschlittens
a	geometrischer Parameter der Kurbel
b	geometrischer Parameter der Kurbel
$f_1(t)$	Funktion in der DGL des Pleuelgestänges
$f_2(t)$	Funktion in der DGL des Pleuelgestänges
i	Übersetzungsverhältnis des Getriebes
k_1, k_2	beliebige Konstante
l, l_w	Länge der gesägten Stücke
m_{PS}	Masse der Pleuelstange
m_S'	Masse des Sägeschlittens
m_S	Masse des Sägeschlittens + Massenanteil der Pleuelstange
n_{max}	abgeschätzte maximale Drehzahl, die der Motor aufbringen muß
n_N	Nenn Drehzahl des Motors
t	Zeit
Δt	Zeiteinheit
t_g	Gesamtzeit für einen Positionierzyklus inkl. Schnitt
t_P	Zeit für den eigentlichen Positioniervorgang
t_S	Zeit für den Gleichlauf
$t_{i=s}$	Zeit, in der Istposition = Sollposition
u_{OFFSET}	Offsetgröße für die Stellgröße bei der Drehzahlvorsteuerung
u_{MAX}	maximale Offsetgröße
$v(t)$	Geschwindigkeit des Sägeschlittens
v_0	Geschwindigkeit des Werkstücks
$x(t)$	Position des Sägeschlittens
$\tilde{x}(t)$	Schlittenposition bezogen auf den Schnittpunkt x_S
x_0	Umkehrpunkt des Sägeschlittens
$x_2(t)$	umgerechnete Schlittenposition
x_{diff}	absolute Position des Sägeschlittens beim Schnitt
x_f	Offset des Sollwertgenerators
x_g	Werkstückposition nach dem Sollwertgenerator
x_{rem}	zwischengespeicherte Position
x_S	Schnittposition
x_u	Umkehrpunkt des Sägeschlittens
x_W	Position des Werkstücks
$x_{W,rel}(t)$	relative Position des Werkstücks
$x_{W,abs}(t)$	absolute Position des Werkstücks
z	Rechengröße zur Substitution

α	Winkel zur Beschreibung der Geometrie
α_{\max}	maximaler Winkel α
β	Winkel zur Beschreibung der Geometrie
γ	Winkel zur Beschreibung der Geometrie
δ	Winkel zur Beschreibung der Geometrie
$\alpha(t)$	Winkelbeschleunigung der Kurbel
α_{\max}	maximale Winkelbeschleunigung
$\Phi(t)$	Winkelposition der Kurbel
$\tilde{\Phi}(t)$	Winkelposition bezogen auf den Schnittwinkel Φ_S
Φ_M	gemessener Kurbelwinkel
Φ_0	Winkelstellung der Kurbel, wenn der Schlitten den Umkehrpunkt x_0 erreicht hat
Φ_S	Winkelstellung der Kurbel, wenn der Schlitten den Schnittpunkt x_S erreicht hat
$\Phi_{\text{Schnittintervall}}$	Winkelbereich von 45° , in dem Gleichlauf herrschen soll
Φ_u	Winkelstellung der Kurbel, wenn der Schlitten den Umkehrpunkt x_u erreicht hat
π	Kreiskonstante
$\omega(t)$	Winkelgeschwindigkeit der Kurbel
ω_1	Winkelgeschwindigkeit auf der Primärseite des Getriebes
ω_2	Winkelgeschwindigkeit auf der Sekundärseite des Getriebes
ω_{\max}	geschätzte maximale Winkelgeschwindigkeit
ω_S	Winkelgeschwindigkeit während des Schnitts
$\bar{\omega}$	mittlere Winkelgeschwindigkeit der Kurbel

7 Literaturverzeichnis

- [1] Busch/Horak, Schubkurbelgetriebe
VEB Fachbuchverlag Leipzig, 3. Auflage, 1970
Bibliothek: 33 XLP 1006 (3)-5
- [2] Hoischen, Technisches Zeichnen
Cornelsen-Verlag, 22. Auflage
- [3] R. Ballay,
Studienarbeit an der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg
„Entwicklung einer MIMO-fähigen Fuzzy-Toolbox zur
Reglersynthese“, Juli 1992
- [4] B. Döring,
Studienarbeit an der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg
„Synthese eines Fuzzy-Reglers für eine Verladebrücke“,
Februar 1993
- [5] St. Schilz,
Diplomarbeit an der Gerhard-Mercator-Universität-GH Duisburg
„Fuzzy-Regelung einer Gasturbine“,
Mai 1994
- [6] Heinz-Hermann Letas,
Dissertation an der TU Braunschweig
„Mikrorechnergeregelter Synchron-Stellantrieb“,
Juni 1985
- [7] H. Unbehauen, Regelungstechnik 1
Vieweg-Verlag, 6. Auflage, 1989
Bibliothek: 45 WFM 1868 (6)-1
- [8] R.D. Schraft, G. Brandenburg, Tagungsband
Kongreß für SPS, Industrie-PC's und elektrische Antriebstechnik
VDE-Verlag, Oktober 1991
- [9] Pierre Naslin, Dynamik linearer und nichtlinearer Systeme
Oldenbourg Verlag Wien, 1968
Bibliothek: 41 TIH 1159+1
- [10] Bronstein, Taschenbuch der Mathematik
Verlag Harri Deutsch
- [11] Mathworks, SIMULINK
Version 4.2 b, 1994

-
- [12] Jörg Kahlert und Hubert Frank,
Fuzzy-Logic und Fuzzy-Control
Vieweg-Verlag, 1993, 1.Auflage
- [13] LENORD + BAUER, Datenblatt
Controller GEL 7780, 1992
- [14] LENORD + BAUER, Datenblatt
Controller GEL 8310, 1992
- [15] Microsoft, Mathematika
Version 2.1, 1992
- [16] Stöber Antriebstechnik, Katalog
Servoantriebe, 1994